

#6

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

IN RE APPLICATION OF: Mohamed SIALA

GAU:

SERIAL NO: New Application

EXAMINER:

FILED: Herewith

FOR: ITERATIVE PROCESS FOR TDMA RADIOMOBILE COMMUNICATIONS



REQUEST FOR PRIORITY

ASSISTANT COMMISSIONER FOR PATENTS  
WASHINGTON, D.C. 20231

SIR:

- ☐ Full benefit of the filing date of U.S. Application Serial Number, filed, is claimed pursuant to the provisions of 35 U.S.C. §120.
- ☐ Full benefit of the filing date of U.S. Provisional Application Serial Number, filed, is claimed pursuant to the provisions of 35 U.S.C. §119(e).
- ☒ Applicants claim any right to priority from any earlier filed applications to which they may be entitled pursuant to the provisions of 35 U.S.C. §119, as noted below.

In the matter of the above-identified application for patent, notice is hereby given that the applicants claim as priority:

<u>COUNTRY</u>	<u>APPLICATION NUMBER</u>	<u>MONTH/DAY/YEAR</u>
France	99 06945	June 2, 1999

Certified copies of the corresponding Convention Application(s)

- ☒ are submitted herewith
- ☐ will be submitted prior to payment of the Final Fee
- ☐ were filed in prior application Serial No. filed
- ☐ were submitted to the International Bureau in PCT Application Number .  
Receipt of the certified copies by the International Bureau in a timely manner under PCT Rule 17.1(a) has been acknowledged as evidenced by the attached PCT/IB/304.
- ☐ (A) Application Serial No.(s) were filed in prior application Serial No. filed ; and  
(B) Application Serial No.(s)
  - ☐ are submitted herewith
  - ☐ will be submitted prior to payment of the Final Fee



22850

PATENT TRADEMARK OFFICE

Tel. (703) 413-3000  
Fax. (703) 413-2220  
(OSMMN 11/98)

Respectfully Submitted,

OBLON, SPIVAK, McCLELLAND,  
MAIER & NEUSTADT, P.C.

Marvin J. Spivak  
Registration No. 24,913  
C. Irvin McClelland  
Registration Number 21,124

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

JC843 U.S. PTO  
09/585352

# BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

## COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le **22 MAI 2000**

Pour le Directeur général de l'Institut  
national de la propriété industrielle  
Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

## BREVET D'INVENTION. CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle-Livre VI

cerfa  
N° 55-1328

## REQUÊTE EN DÉLIVRANCE

26 bis, rue de Saint Pétersbourg  
75800 Paris Cedex 08  
Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30

Confirmation d'un dépôt par télécopie ☐

Cet imprimé est à remplir à l'encre noire en lettres capitales

Réservé à l'INPI

DATE DE REMISE DES PIÈCES

2 JUIN 1999

N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL

9906945

DÉPARTEMENT DE DÉPÔT

75 INPI PARIS

DATE DE DÉPÔT

02 JUIN 1999

1 NOM ET ADRESSE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE  
À QUI LA CORRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE

SOCIÉTÉ DE PROTECTION  
DES INVENTIONS  
03, rue du Docteur Lancereaux  
75008 PARIS

2 DEMANDE Nature du titre de propriété industrielle

☒ brevet d'invention☐ demande divisionnaire

demande initiale

☐ certificat d'utilité☐ transformation d'une demande  
de brevet européen☐ brevet d'invention☐ certificat d'utilité n°

date

n° du pouvoir permanent

références du correspondant

téléphone

SP 16348.C/RS 01 53 83 94 00  
C 03087

Établissement du rapport de recherche

☐ différé☒ immédiat

Le demandeur, personne physique, requiert le paiement échelonné de la redevance

☐ oui☐ non

Titre de l'invention (200 caractères maximum)

PROCÉDE DE COMMUNICATIONS RADIOMOBILES AMRT ITERATIF.

3 DEMANDEUR (S) n° SIREN

code APE-NAF

Nom et prénoms (souligner le nom patronymique) ou dénomination

FRANCE TELECOM

Forme juridique

Société Anonyme

Nationalité (s)

Adresse (s) complète (s)

6 Place d'Alleray 75015 PARIS

Pays

France

En cas d'insuffisance de place, poursuivre sur papier libre ☐

4 INVENTEUR (S) Les inventeurs sont les demandeurs

☐ oui☒ non

Si la réponse est non, fournir une désignation séparée

5 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES

☐ requise pour la 1ère fois☐ requise antérieurement au dépôt : joindre copie de la décision d'admission

6 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE

pays d'origine

numéro

date de dépôt

nature de la demande

7 DIVISIONS

antérieures à la présente demande n°

date

n°

date

8 SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE

(nom et qualité du signataire)

D. DU BOISBAUDRY  
CPI 950 304

SIGNATURE DU PRÉPOSÉ À LA RÉCEPTION

SIGNATURE APRÈS ENREGISTREMENT DE LA DEMANDE À L'INPI

DÉSIGNATION DE L'INVENTEUR

(si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

DEPARTEMENT DES BREVETS

26bis, rue de Saint-Petersbourg

75800 Paris Cédex 08

Tél. : 01 53 04 53 04 - Télécopie : 01 42 93 59 30

SP 16348C/RS

N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL

790 6945

TITRE DE L'INVENTION :

PROCEDE DE COMMUNICATIONS RADIOMOBILES AMRT ITERATIF.

LE(S) SOUSSIGNÉ(S)

D. DU BOISBAUDRY  
c/o SOCIÉTÉ DE PROTECTION  
DES INVENTIONS  
25 rue de Ponthieu  
75008 PARIS

DÉSIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) (indiquer nom, prénoms, adresse et souligner le nom patronymique) :

SIALA Mohamed

12, rue Fillassier  
92140 CLAMART

FRANCE

NOTA : A titre exceptionnel, le nom de l'inventeur peut être suivi de celui de la société à laquelle il appartient (société d'appartenance) lorsque celle-ci est différente de la société déposante ou titulaire.

Date et signature (s) du (des) demandeur (s) ou du mandataire

PARIS LE 2 JUIN 1999

D. DU BOISBAUDRY  
CPI 950 304

**PROCEDE DE COMMUNICATIONS RADIOMOBILES AMRT ITERATIF****DESCRIPTION****5    Domaine technique**

La présente invention a pour objet un procédé de communications radiomobiles AMRT ("accès multiple à répartition en temps", en anglais TDMA pour "Time Division Multiple Access") itératif.

10       Elle peut s'appliquer au système radiomobile européen GSM [1] et son évolution GSM++ ou au système américain D-AMPS.

**Etat de la technique antérieure**

15       Les systèmes AMRT permettent de répartir dans le temps plusieurs utilisateurs communiquant à travers un même canal radioélectrique [1, 3]. On sépare chaque utilisateur des autres en lui assignant périodiquement une tranche temporelle (ou intervalle, ou créneau

20       temporel, ou "timeslot" en anglais) pour lui permettre d'émettre et une autre tranche temporelle pour lui permettre de recevoir. Pour se prémunir des imperfections en terme de synchronisation temporelle entre émetteurs et de l'interférence entre tranches

25       temporelles consécutives produite par la pluralité de trajets, des intervalles de garde sont prévus de part et d'autre de chaque tranche temporelle.

La figure 1 annexée montre ainsi des tranches temporelles  $TA_1$ ,  $TA_2$ , ...,  $TA_N$  allouées à N

30       utilisateurs, avec des intervalles de garde IG.

Le signal radioélectrique émis durant une tranche temporelle est obtenu par transposition en fréquence du signal en bande de base équivalent. Le signal en bande de base est le résultat du filtrage du train de données à émettre par un filtre dit d'émission. Habituellement, le train de données émis est composé de deux séquences de symboles de données séparées en temps par une séquence de symboles connue du récepteur, dite séquence de référence. Les deux séquences de symboles de données peuvent éventuellement provenir du codage et de l'entrelacement des informations à émettre.

Afin de permettre une estimation précise du canal au niveau du récepteur, la séquence de référence possède souvent de bonnes propriétés de corrélation temporelle. A titre d'exemple, les séquences de référence utilisées dans le cadre du système GSM, appelées séquences CAZAC (contraction de "Constant Amplitude - Zero AutoCorrelation" en anglais) [1, 4, 5], sont des séquences à composantes prises dans l'alphabet bipolaire  $\{-1, 1\}$  et possédant une fonction d'autocorrélation circulaire nulle partout sauf à l'origine.

Le canal radiomobile emprunté lors d'une communication entre un émetteur et un récepteur est généralement de type multi-trajets avec évanouissements rapides dits de RAYLEIGH. L'existence de plusieurs trajets vient de ce que l'onde radioélectrique se propage selon plusieurs chemins entre le lieu d'émission et le lieu de réception.

Le signal reçu est alors la somme de plusieurs répliques plus ou moins retardées et plus ou moins



altérées en phase et en amplitude. Pour obtenir une restitution fiable de l'information transportée par ces répliques, le récepteur opère un filtrage adapté au filtre d'émission et au canal et il combine de manière optimale les contributions énergétiques de toutes les répliques du signal émis. Le signal en sortie du filtre adapté est échantillonné au rythme des symboles et il est blanchi au moyen d'un filtre discret dit blanchisseur.

10 Les échantillons en sortie du filtre blanchisseur fournissent une version filtrée et bruitée du train de données émis. Le filtre discret associé à cette version filtrée, également appelé canal discret, présente une réponse impulsionnelle finie qui varie d'un échantillon à l'autre. Il caractérise d'une manière indirecte la réalisation du canal multi-trajets durant la tranche temporelle de réception correspondante.

Les échantillons en sortie du filtre blanchisseur correspondant à la séquence de référence sont utilisés pour estimer le canal discret [1, 4, 5]. Cette estimation du canal discret permet d'égaliser les échantillons restants permettant éventuellement de détecter les deux séquences de données émises. L'égaliseur habituellement utilisé est connu sous le nom d'égaliseur de VITERBI avec décisions souples [2]. Comme son nom l'indique, cet égaliseur fournit, grâce à une application de l'algorithme de VITERBI avec sorties pondérées ("Soft-Output Viterbi Algorithm" ou SOVA en anglais) [2], des décisions souples sur tous les symboles de données émis. Ces sorties souples sont

éventuellement désentrelacées et décodées pour détecter les informations envoyées.

La figure 2 annexée illustre ces opérations d'émission/réception. L'émetteur E comprend une source de données 10, un codeur/entrelaceur 12 délivrant des symboles  $a_k$ , un modulateur 14. Le canal multi-trajets est symbolisé par le bloc 20. Le récepteur R comprend un démodulateur 30 (filtre adapté/filtre blanchisseur) délivrant des échantillons  $R_k$ , un estimateur de canal discret 32, un égaliseur 34, un désentrelaceur/décodeur 36 et finalement un destinataire 38.

Le canal discret vu à la sortie du filtre blanchisseur peut varier de manière significative d'une tranche temporelle à la suivante. Cette variation est due principalement au changement des conditions de propagation entre l'émetteur et le récepteur et à la stabilité en fréquence au niveau du récepteur.

Les conditions de propagation ont une influence directe sur le canal multi-trajets observé. Elles changent en raison d'une modification de l'environnement ou d'un déplacement de l'émetteur et/ou du récepteur. Elles entraînent une variation temporelle du canal discret, aussi bien entre tranches temporelles successives qu'à l'intérieur d'une même tranche.

La variation du canal discret entre deux tranches temporelles successives allouées au même utilisateur est d'autant plus grande que l'intervalle temporel entre ces tranches est grand. Cette variation est accentuée, même au niveau d'une seule tranche temporelle, en raison d'une augmentation de la

fréquence porteuse ou de la vitesse de l'émetteur ou/et du récepteur.

Dans la pratique, la variation du canal discret entre deux tranches temporelles est suffisamment grande pour empêcher toute estimation adaptative de celui-ci. L'estimation de canal au niveau d'une tranche temporelle doit alors reposer sur les seuls échantillons de la séquence de référence correspondante.

L'utilisation de cette séquence de référence fournit une estimation non biaisée du canal discret au milieu de la tranche temporelle. A l'instar du système GSM, on fait généralement l'hypothèse d'un canal invariant au cours d'une tranche temporelle reçue. Dans ce cas précis, l'estimation obtenue au milieu de la trame peut servir sans dégradation à l'égalisation du reste de la trame. Mais, le déplacement à grande vitesse de certains terminaux et la demande soutenue en services à hauts débits opérant à des fréquences radioélectriques de plus en plus grandes, rendent cette hypothèse de moins en moins justifiée. Le canal discret peut en effet subir des variations significatives entre le début et la fin d'une tranche temporelle donnée. L'écart entre ce canal discret réel et son estimation se creuse de plus en plus lorsqu'on s'éloigne de la séquence de référence. Ceci peut entraîner une dégradation importante et irréversible de la qualité de la réception et/ou des performances du système AMRT.

Une solution [13] a déjà été proposée pour résoudre ce problème de variation rapide du canal dans le cas des canaux radioélectriques liés aux

radiocommunications par satellite. Cependant, cette solution ne traite que le cas d'un canal avec un seul trajet et suppose que les symboles, de référence ou de données, ont une énergie transmise commune. Elle ne  
5 peut donc pas être appliquée aux canaux multi-trajets rencontrés dans les communications radiomobiles terrestres.

Par ailleurs, à l'instar de l'extension EDGE du système GSM, des débits importants peuvent être  
10 obtenus, à bande fréquentielle inchangée, par la mise en oeuvre de modulations utilisant un plus grand nombre d'états. Le système devient alors très sensible à la qualité de l'estimation de canal, et il peut subir des dégradations importantes même à de très faibles  
15 vitesses de déplacement, si la puissance et/ou la longueur de la séquence de référence ne sont pas augmentées.

Le but de la présente invention justement est de remédier à ces inconvénients.

20

#### **Exposé de l'invention**

La présente invention a pour but d'accroître les performances des systèmes AMRT en réduisant le rapport entre la puissance reçue et l'interférence d'accès  
25 multiple pour une qualité de réception donnée ou, en d'autres termes, d'améliorer la qualité de réception à puissance de réception constante. Cette amélioration de la qualité permet, entre autres, d'augmenter la capacité et la couverture des systèmes AMRT, tels que  
30 le système GSM et surtout son extension EDGE pour offrir des services à hauts débits. Cette amélioration

est obtenue notamment grâce à une optimisation de l'estimation de canal au niveau du récepteur. Cette optimisation permet de contrecarrer toute dégradation en performances engendrée par une variation rapide du canal entre le début et la fin d'une même tranche temporelle. Elle permet également de réduire significativement les dégradations engendrées par une augmentation du nombre d'états de la modulation et ceci sans recours à une augmentation de la longueur ou de la puissance de la séquence de référence.

Un autre but de l'invention est de réduire le prix de revient des terminaux en les rendant, à qualité de réception inchangée, moins sensibles à l'instabilité en fréquence d'un oscillateur local bon marché permettant, entre autres, la transposition du signal reçu en bande de base.

L'invention permet encore de réduire, à qualité de réception égale, le nombre et/ou la puissance des symboles de référence transmis durant chaque tranche temporelle. Ce but est atteint par la prise en compte, dans l'estimation du canal discret, des symboles de données qui sont en général plus nombreux que les symboles de référence. Ce but est également atteint par la prise en compte de manière optimale des échantillons correspondant aux symboles de référence et/ou de données d'un nombre arbitraire de tranches temporelles allouées à l'utilisateur. Cette prise en compte est effective même en cas de variations importantes du canal entre deux tranches successives appartenant au même utilisateur. Ce but est enfin atteint en prenant en compte de manière optimale les échantillons

provenant du canal de signalisation commun et d'éventuels utilisateurs sur la liaison descendante.

Selon l'invention, les symboles de référence sont répartis en groupes sur toute la durée de la tranche temporelle allouée, ce qui garantit une meilleure poursuite de la variation du canal et donc une robustesse accrue vis à vis des grandes vitesses de déplacement et de l'instabilité en fréquence de l'oscillateur local. Les séquences de référence peuvent être choisies indépendamment les unes des autres, mais elles doivent toujours présenter de bonnes propriétés d'autocorrélation. Elles peuvent être dérivées de séquences de type CAZAC de longueur réduite.

Avec l'invention, l'énergie transmise par symbole peut varier d'un symbole à l'autre sans que cela pose des difficultés pour l'estimation du canal, laquelle s'effectuera toujours de manière optimale.

Selon l'invention, le traitement d'une tranche temporelle se fait par bloc à chaque fois que les échantillons correspondant à cette tranche et éventuellement à ceux d'autres tranches (provenant du même utilisateur, d'autres utilisateurs ou du canal de signalisation commun) sont disponibles pour effectuer l'estimation de canal.

A l'instar d'un récepteur AMRT classique (tel que celui du système GSM) on commence toujours par une estimation grossière du canal discret en utilisant uniquement des échantillons dépendant des seuls symboles de référence de la tranche temporelle à traiter. Cette estimation grossière permet de caractériser, au niveau de chaque symbole de référence

ou de donnée du bloc à traiter, symbole par symbole, l'évolution de la phase et de l'amplitude de tous les coefficients (également appelés "trajets" par abus de langage) du canal discret retenus pour la réalisation  
5 de l'égalisation.

L'une des caractéristiques de l'invention est l'utilisation d'un treillis pour représenter le canal multitrajets. Cette caractéristique réduit la complexité du récepteur. En effet, si l'on prend comme  
10 exemple des séquences de symboles de données comprenant  $n$  symboles, sans codage, avec une modulation de phase à deux états (MDP2), chaque bit émis peut prendre l'une ou l'autre de deux valeurs. Comme ces valeurs sont équiprobables, cela signifie qu'il existe  $2^n$  séquences  
15 de symboles de données possibles. La complexité d'un calcul traditionnel utilisant les probabilités partielles pour toutes les séquences possibles croît donc exponentiellement ( $2^n$ ) avec le nombre de symboles par séquence.

20 L'utilisation, conformément à l'invention, d'un treillis pour représenter le canal réduit considérablement la complexité des calculs, car ceux-ci vont se subdiviser en sections, chaque section donnant lieu à un certain type de calcul, toujours le même pour  
25 chaque section. La complexité augmente donc comme le nombre de sections, lequel croît comme le nombre  $n$ . La complexité n'est donc plus exponentielle mais linéaire.

Les étiquettes des branches des sections du treillis changent au gré de la variation temporelle du  
30 canal discret au niveau de chacune des tranches temporelles constitutives du bloc. Par ailleurs, un

algorithme différent de l'algorithme de VITERBI avec sorties souples (SOVA) [2] est utilisé pour une caractérisation plus précise des probabilités des branches du treillis conditionnellement aux échantillons reçus. Dans le cas d'une mise en oeuvre optimale de l'estimateur de canal, un algorithme dit de BAML ou BCJR (abréviation de "Bahl Cocke Jelinek Raviv") [6] peut être utilisé pour fournir ces probabilités conditionnelles. D'autres algorithmes [10] plus simples, provenant généralement d'une linéarisation de cet algorithme, peuvent être utilisés, avec cependant une légère dégradation en performance. Ils permettent de réduire considérablement la complexité de l'estimateur de canal.

Dans le cas d'un récepteur classique, les seules sorties pondérées fournies par l'algorithme SOVA sont directement exploitées après désentrelacement pour décoder les informations transmises. Dans le cas du récepteur de l'invention, les probabilités conditionnelles caractérisant indirectement les symboles de données sont exploitées, en plus des symboles de référence, pour fournir une estimation de meilleure qualité du canal discret.

L'estimation améliorée du canal discret obtenue à la fin d'une itération donnée peut être utilisée pour augmenter la qualité et la fiabilité des probabilités conditionnelles des branches du treillis caractérisant le canal discret. Ces probabilités conditionnelles améliorées peuvent, à leur tour, être utilisées, conjointement avec les symboles de référence, pour



apporter une amélioration supplémentaire à l'estimation du canal discret.

En théorie, une estimation itérative ne conduit à une estimation optimale du canal discret qu'après un  
5 nombre infini d'itérations. En pratique cependant, quelques itérations suffisent sans grande dégradation des performances par rapport à une estimation optimale.

Une fois l'estimation du canal discret accomplie, le treillis correspondant peut être utilisé soit par  
10 l'algorithme optimal de BAHL (ou tout autre simplification de celui-ci), soit par l'algorithme SOVA pour fournir des sorties pondérées améliorées au décodeur.

Le caractère optimal du récepteur selon  
15 l'invention est lié à la qualité de l'estimation du canal discret vu durant une tranche temporelle donnée. Ce caractère optimal repose sur l'utilisation d'un algorithme itératif dit SAGE (abréviation de "Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization  
20 Algorithm") [7] pour trouver la réalisation de canal la plus vraisemblable conditionnellement aux échantillons reçus du bloc à traiter. L'algorithme SAGE est une extension de l'algorithme EM (contraction de "Expectation-Maximization") [8, 9] qui permet de se  
25 débarrasser du problème de couplage entre coefficients du canal discret lors de leur estimation.

L'estimation du canal discret repose également sur la décomposition de chaque trajet du canal discret à estimer selon un algorithme d'expansion dit de  
30 KARHUNEN-LOEVE [3]. Cette décomposition fournit, d'une part, une caractérisation souple des variations

temporelles de chacun des trajets discrets et, d'autre part, s'intègre naturellement dans l'algorithme SAGE. Elle permet également de traiter le cas où l'énergie émise par symbole varie d'un symbole à l'autre.

5        L'estimation du canal discret repose enfin sur l'utilisation de l'algorithme de BAHL, qui fournit à chaque itération de l'algorithme SAGE les probabilités des branches du treillis caractérisant le canal discret, conditionnellement aux échantillons reçus et à  
10 l'estimation de canal fournie à l'itération précédente.

De façon précise, l'invention a donc pour objet un procédé de communications radiomobiles du type à accès multiple à répartition en temps, dans lequel on alloue  
15 à plusieurs utilisateurs des tranches temporelles pour l'émission et la réception de signaux radioélectriques, et dans lequel :

- à l'émission, on constitue, dans chaque tranche temporelle allouée, des symboles de données et  
20 des symboles de référence, on émet un signal radioélectrique contenant ces symboles de données et ces symboles de référence, ce signal empruntant un canal radiomobile multi-trajets,
- à la réception, on effectue un filtrage adapté  
25 du signal reçu, on échantillonne le signal filtré au rythme des symboles, on effectue une estimation du canal radiomobile, on traite les échantillons en tenant compte de cette estimation du canal et l'on restitue les  
30 symboles de données propres à la tranche allouée,

ce procédé étant caractérisé en ce que :

- à l'émission, pour chaque tranche temporelle allouée, on constitue plusieurs séquences de référence possédant des propriétés de corrélation temporelle appropriées et l'on répartit ces séquences dans chaque tranche temporelle,
- à la réception :
  - i) pour estimer le canal radiomobile, on représente ce canal par un treillis comprenant des branches symbolisant les transitions entre deux états successifs du canal et caractérisant les séquences possibles à la sortie du canal,
  - ii) on calcule les probabilités de ces branches en mettant en œuvre un algorithme itératif dans lequel on calcule, par un nombre fini  $(D+1)$  d'itérations et selon le critère de probabilité maximum a posteriori, une estimation d'une représentation  $\{G^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  des  $L$  trajets de ce canal, l'itération de rang  $(d+1)$  ( $\Im d+1$ ) permettant d'obtenir une réestimation  $\{G^{(d+1)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  à partir de l'estimation  $\{G^{(d)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  obtenue par l'itération précédente ( $\Im d$ ), et, à chaque itération  $(\Im d+1)$ , on calcule en  $L$  étapes les vecteurs  $\{G^{(d+1)}\}$ ,  $\ell=0, 1, \dots, L-1$  à partir des vecteurs  $\{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{\ell-1}$  et  $\{G^{m(d)}\}_{m=\ell}^{L-1}$  calculés à l'étape précédente, l'estimation  $\{C^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  des

L trajets du canal étant finalement obtenue à partir de l'estimation de sa représentation  $\{G^{(\ell(D))}\}_{\ell=0}^{L-1}$ .

## 5 Brève description des dessins

- la figure 1, déjà décrite, montre la répartition des tranches temporelles allouées à plusieurs utilisateurs ;
- 10 - la figure 2, déjà décrite, est un schéma illustrant l'émission et la réception dans la technique AMRT ;
- la figure 3 montre les variations du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction de l'étalement Doppler normalisé ( $B_0 T_s$ ) ;
- 15 - la figure 4 montre les variations du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction du rapport  $\bar{E}_s/N_0$  pour des modulations MDP4 et MDP8, dans une première configuration et pour un canal discret à deux trajets ;
- 20 - la figure 5 montre les variations du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction du rapport  $\bar{E}_s/N_0$  pour des modulations MDP4 et MDP8, dans une deuxième configuration avec un canal discret à deux trajets ;
- 25 - la figure 6 montre les variations du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction du rapport  $\bar{E}_s/N_0$  pour une modulation MDP4 utilisant la deuxième configuration et un canal discret à quatre trajets ;

- la figure 7 montre les variations du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction du rapport  $\bar{E}_s/N$  pour une modulation MDP4 utilisant un canal discret avec un, deux et quatre trajets ;
- 5 - la figure 8 est une représentation du canal discret vu à la sortie du filtre blanchisseur, sous forme de registre à décalage ;
- la figure 9 illustre l'estimation des coefficients du filtre du canal discret par
- 10 corrélation des échantillons reçus avec une séquence CAZAC et ses décalées circulaires ;
- la figure 10 montre la répartition des valeurs propres les plus importantes de la matrice de covariance pour trois étalements Doppler
- 15 normalisés ;
- la figure 11 illustre une représentation en treillis du canal discret normalisé vu à la sortie du filtre blanchisseur pour un canal à deux trajets et une modulation à deux états et
- 20 une longueur de tranche temporelle égale à quatre ;
- la figure 12 montre la chronologie des traitements effectués à la réception pour une tranche temporelle reçue ;
- 25 - la figure 13 montre la chronologie des traitements effectués dans une itération élémentaire de l'algorithme d'estimation de canal.

### Description de modes particuliers de mise en œuvre

Les performances du procédé selon l'invention ont été comparées à celles d'une variante du procédé classique utilisé dans le cadre du système GSM [1]. Le récepteur classique du système GSM estime d'abord le canal discret au milieu de la tranche temporelle à traiter, par corrélation des échantillons reçus dépendant uniquement de la séquence de référence avec la séquence CAZAC correspondante. Il égalise ensuite les autres échantillons reçus au moyen de l'algorithme SOVA afin de décoder les symboles d'information émis. Afin d'évaluer équitablement l'amélioration intrinsèque de performances apportée par l'invention par rapport au récepteur classique du GSM, l'algorithme sous-optimal SOVA a été remplacé par l'algorithme optimal de BAHL utilisé dans l'invention.

La comparaison est obtenue à travers l'évolution du taux d'erreur binaire (TEB) brut (sans prise en compte d'un éventuel codage correcteur ou détecteur d'erreurs), pour des symboles de référence aussi bien groupés au milieu de la tranche temporelle à traiter (à la manière du système GSM) que répartis en petits groupes sur toute la durée de cette tranche (conformément à l'invention), afin de garantir une meilleure poursuite de la variation temporelle du canal.

La figure 3 représente ainsi l'évolution du TEB en fonction de l'étalement Doppler normalisé  $B_D T_s$ , produit de l'étalement Doppler  $B_D$  et de la durée d'un symbole  $T_s$ , qui caractérise l'intensité de variation du canal due au déplacement de l'émetteur et/ou du récepteur.

L'étalement Doppler est à la fois proportionnel à la vitesse du terminal mobile et à la fréquence de la porteuse. L'instabilité en fréquence de l'oscillateur local, qui n'est pas prise en compte ici, conduit à des dégradations supplémentaires en performances. A l'instar du système GSM, le comportement du TEB a été évalué pour des tranches temporelles composées de  $N=148$  symboles chacune. La modulation retenue est la modulation MDP4 (modulation à déplacement de phase à 4 états). Le canal discret considéré est composé de deux trajets ( $L=2$ ) de même puissance moyenne. Le rapport  $\bar{E}_s/M$  entre l'énergie moyenne reçue par symbole et le niveau de bruit est de 10 dB. Trois configurations ont été considérées :

- 15      ■ Une séquence de référence centrale de 26 symboles bipolaires prise au hasard parmi les 8 séquences utilisées dans le système GSM. Ces séquences sont des extensions cycliques des 8 séquences CAZAC de longueur 16 [1, 11].
- 20      ■ Une séquence de référence centrale,  $\{-1, +1, +1, +1, -1\}$ , de 5 symboles bipolaires obtenue par extension cyclique (à un signe et un décalage près) de l'unique séquence CAZAC bipolaire de longueur 4 à savoir  $\{-1, +1, +1, +1\}$ .
- 25      ■ Cinq groupes de séquences de référence, répartis sur toute la tranche temporelle à traiter, identiques à la séquence de référence centrale de 5 symboles bipolaires précédente (25 symboles de référence au total).

30

Sur la figure 3, les courbes représentées correspondent aux cas suivants :

- 41 : récepteur classique, première configuration,
- 42 : récepteur classique, deuxième configuration,
- 5 43 : récepteur de l'invention, deuxième configuration,
- 44 : récepteur classique, troisième configuration,
- 45 : récepteur de l'invention, troisième configuration.
- 10

Ces résultats montrent que l'utilisation de séquences groupées au centre de chaque tranche temporelle (première et deuxième configurations) ne permet d'aller au-delà d'un étalement Doppler normalisé  $B_D T_s = 1/2500$  sans dégradation significative des performances. A l'inverse, l'utilisation de groupes de petites séquences réparties (troisième configuration) permet d'atteindre, sans dégradation perceptible, des étalements Doppler normalisés proches de  $B_D T_s = 1/100$ . Cette amélioration significative de la robustesse du récepteur vis-à-vis de l'effet Doppler, et éventuellement de l'instabilité en fréquence de l'oscillateur local, est due à la répartition des séquences de référence qui permet de suivre de manière plus précise toute évolution temporelle du canal.

Le tableau 1 caractérise de manière chiffrée l'amélioration en performances apportée par l'invention vis-à-vis de l'algorithme classique amélioré du système GSM. Dans ce tableau R.C. signifie "récepteur classique" et R.I. récepteur selon l'invention. Le



rapport  $\bar{E}_s/NO$  entre l'énergie moyenne reçue par symbole et le niveau de bruit est de 10 dB. Dans le cas d'une séquence de référence centrale longue (première configuration), l'amélioration apportée par l'invention est négligeable.

Étalement DOPPLER normalisé ( $B_D T_S$ )	Première configuration		Deuxième configuration		Troisième configuration	
	R.C.	R.I.	R.C.	R.I.	R.C.	R.I.
1/2500	0,00 99	0,00855	0,01584	0,0089	0,0105	0,0077
1/100	x	x	x	x	0,0143	0,0083

Tableau 1

10

La séquence de référence, dans ce cas, est suffisamment longue pour garantir, sans l'aide des séquences de données inconnues, une bonne qualité d'estimation de canal. Cependant, dans le cas d'une seule séquence de référence courte (deuxième configuration), le récepteur selon l'invention permet d'obtenir non seulement de meilleures performances que le récepteur classique, mais aussi des performances comparables à ceux obtenus avec la séquence de référence longue de 26 symboles de référence. Par conséquent, le récepteur selon l'invention est rendu, d'une certaine manière, insensible à une réduction même importante de la taille de la séquence de référence. Ce résultat s'explique par la prise en compte, dans l'estimation de canal, des symboles des séquences de données qui viennent coopérer avec les symboles de référence. Dans le cas de cinq groupes de séquences de

25

référence courtes (troisième configuration), le récepteur selon l'invention permet de maintenir le taux d'erreur binaire presque inchangé en faisant varier l'étalement Doppler normalisé entre 1/2500 et 1/100.

5

Les figures 4, 5 et 6 représentent le taux d'erreur binaire en fonction du rapport  $\overline{E_s}/N_0$  entre l'énergie moyenne reçue par symbole et le niveau du bruit pour un étalement Doppler normalisé  $B_D T_s = 1/2500$  peu contraignant.

10

Pareillement au système GSM, le comportement du TEB a été évalué pour des tranches temporelles composées de  $N=148$  symboles chacune. Toutefois, les modulations retenues sont les modulations MDP4 et MDP8.

15 Le canal discret considéré est composé de un ( $L=1$ ) ou de deux ( $L=2$ ) ou de quatre ( $L=4$ ) trajets de même puissance moyenne. Deux configurations ont été considérées :

20

- Une séquence de référence centrale de 26 symboles bipolaires prise parmi les 8 séquences utilisées dans le système GSM. Ces séquences sont des extensions cycliques des 8 séquences CAZAC de longueur 16 [1, 11].

25

- Une séquence de référence centrale ( $\{-1, +1, +1, +1, -1\}$  pour deux trajets et  $\{-1, +1, +1, +1, -1, +1, +1\}$  pour quatre trajets de  $4+L-1$  symboles bipolaires, obtenue par extension cyclique de l'unique (à un signe et un décalage près) séquence CAZAC bipolaire de longueur 4 à savoir

30

- $\{-1, +1, +1, +1\}$ .

Pour la figure 4, les modulations retenues sont les modulations MDP4 et MDP8 utilisant la première configuration avec deux trajets ( $L=2$ ). Les courbes se rapportent aux cas suivants :

- ```

5      - 51 : MDP8, récepteur classique,
      - 52 : MDP8, récepteur selon l'invention,
      - 53 : MDP8, récepteur avec canal discret
            parfaitement connu,
      - 54 : MDP4, récepteur classique,
10     - 55 : MDP4, récepteur selon l'invention,
      - 56 : MDP4, récepteur avec canal discret
            parfaitement connu.

```

Sur la figure 5, les modulations retenues sont les  
15 modulations MDP4 et MDP8 utilisant la deuxième  
configuration et un canal discret avec deux trajets  
(L=2). Les courbes se rapportent aux cas suivants :

- ```

- 61 : MDP8, récepteur classique,
- 62 : MDP8, récepteur de l'invention,
20 - 63 : MDP8, récepteur avec canal discret
      parfaitement connu,
- 64 : MDP4, récepteur classique,
- 65 : MDP4, récepteur de l'invention,
- 66 : MDP4, récepteur avec canal discret
25      parfaitement connu.

```

Pour la figure 6, la modulation retenue est la modulation MDP4 avec la deuxième configuration et un canal discret avec quatre trajets ( $L=4$ ). Les courbes se rapportent aux cas suivants :

- 71 : récepteur classique,
- 72 : récepteur de l'invention,
- 73 : récepteur avec canal discret parfaitement connu.

5

Les courbes des figures 4 et 5 montrent que, à la différence d'un récepteur selon l'invention, les performances du récepteur classique du système GSM sont très sensibles à la longueur de la séquence de référence utilisée et se dégradent substantiellement quand on passe de la première configuration à la deuxième. Les courbes des figures 5 et 6 montrent, en outre, que les dégradations en performances du récepteur classique augmentent significativement avec le nombre de trajets alors que, à l'inverse, ces dégradations restent presque inchangées et faibles pour un récepteur selon l'invention. Le récepteur selon l'invention présente donc une excellente robustesse vis à vis de toute réduction de la longueur de la séquence de référence et de toute augmentation du nombre de trajets du canal.

Le tableau 2 caractérise de manière chiffrée, dans le cas de la modulation MDP4, l'amélioration en performances apportée par le récepteur selon l'invention vis-à-vis de l'algorithme amélioré du système GSM. Le rapport  $B_b T_s$  est égal à 1/2500, le taux d'erreur binaire est égal à  $10^{-2}$  et  $N=148$ .

Nombre de trajets ( $L$ )	Gain en dB		
	Séquence de référence longue	Séquence de référence courte	Récepteur selon l'invention avec séquence courte, récepteur classique avec séquence longue
1	0,03	1,03	0,03
2	0,48	1,83	0,48
4	1,42	3,04	1,43

Tableau 2

5 Ce tableau montre que, pour une longueur donnée (première ou deuxième configuration) de la séquence de référence, un récepteur selon l'invention a toujours de meilleures performances qu'un récepteur classique amélioré. Ces résultats montrent aussi que

10 l'amélioration apportée par l'invention est d'autant plus grande que la longueur de la séquence de référence est réduite ou que le nombre de trajets du canal est augmenté. Ces résultats montrent enfin que, même avec une séquence de référence courte (deuxième

15 configuration), un récepteur selon l'invention a toujours de meilleures performances qu'un récepteur classique avec une séquence de référence longue (première configuration).

20 La figure 7 représente le taux d'erreur binaire en fonction du rapport  $\overline{E}_s/N_0$  pour un étalement Doppler normalisé  $B_D T_s = 1/100$  contraignant et des tranches temporelles composées de  $N=100$  symboles chacune. La modulation retenue est toujours la modulation MDP4. Le

25 canal discret considéré est composé de un ( $L=1$ ) ou de deux ( $L=2$ ) ou de quatre ( $L=4$ ) trajets de même puissance moyenne. Une seule configuration avec trois séquences

de référence réparties est considérée. Chaque séquence est composée de  $4+L-1$  symboles bipolaires et est obtenue par extension cyclique (à un signe et un décalage près) de l'unique séquence CAZAC bipolaire de longueur 4 à savoir  $\{-1, +1, +1, +1\}$ .

La valeur de l'étalement Doppler considérée est suffisamment contraignante pour ne pas permettre à un récepteur classique de suivre les variations de chacun des trajets du canal discret qui peuvent subir des rotations de phase de  $\pm\pi$  entre le début et la fin de chaque tranche temporelle.

Les courbes de la figure 7 se rapportent aux cas suivants :

- 81 :  $L=1$ , récepteur avec canal discret parfaitement connu,
- 82 :  $L=1$ , récepteur de l'invention,
- 83 :  $L=2$ , récepteur avec canal discret parfaitement connu,
- 84 :  $L=2$ , récepteur de l'invention
- 85 :  $L=4$ , récepteur avec canal discret parfaitement connu,
- 86 :  $L=4$ , récepteur de l'invention.

Les courbes de la figure 7 montrent que le récepteur selon l'invention conduit à une dégradation très faible des performances vis-à-vis d'un récepteur idéal connaissant parfaitement le canal discret. Cette dégradation est de l'ordre de 0,4 dB pour un seul trajet ( $L=1$ ), 0,5 dB pour deux trajets ( $L=2$ ) et 1 dB pour quatre trajets ( $L=4$ ).

Les performances du procédé de l'invention ayant été exposées, la phase de réception et notamment le traitement du signal reçu, vont être décrits plus en détails.

5           Un récepteur selon l'invention détermine, conditionnellement aux échantillons reçus du bloc à traiter, la réalisation du canal discret la plus vraisemblable durant une tranche temporelle donnée. Cette détermination se fait selon un critère dit de probabilité a posteriori maximale (MAP en abrégé pour  
10 "Maximum A Posteriori probability" en anglais). Cette estimation du canal nécessite la connaissance des probabilités a priori des symboles des séquences de données transmises.

15 Par souci de simplification, les développements  
mathématiques qui suivent et les figures  
correspondantes se rapportent toujours au cas où chaque  
bloc à traiter pour l'estimation de canal est composé  
uniquement des échantillons reçus se rapportant à une  
20 seule tranche temporelle. Le cas où les symboles (de  
référence ou non) d'autres tranches temporelles (du  
même utilisateur ou d'autres utilisateurs, du canal  
commun de signalisation, ...) sont utilisés se traite  
de la même façon.

25 On note  $(\cdot)'$  l'opérateur de transposition. Comme  
indiqué en figure 2, toute tranche temporelle d'un  
utilisateur donné est composée d'une suite de N  
symboles  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$  que l'on peut écrire sous forme de  
vecteur colonne

$$30 \quad \mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})'$$

les  $N$  symboles étant éventuellement modulés en phase (MDP2, MDP4, MDP8, ...). L'énergie transmise  $E_k$  associée à chaque symbole  $a_k$  est indépendante des valeurs prises par ce symbole mais peut varier d'un  
 5 symbole de la tranche temporelle à l'autre. Cette variation est généralement la conséquence d'une allocation par le système AMRT d'énergies différentes aux séquences de données et aux séquences de référence. Comme indiqué également dans la même figure, les  
 10 échantillons en sortie du filtre blanchisseur correspondant à cette tranche temporelle forment un vecteur colonne

$$\mathbf{R} = (R_0, R_1, \dots, R_{N-1}, R_N, \dots, R_{N+L-2})'$$

de  $N+L-1$  composantes, où  $L$  est le nombre de trajets  
 15 du canal discret.

La figure 8a rassemble les moyens compris entre l'entrée du modulateur de l'émetteur et la sortie du filtre blanchisseur du récepteur. Cette figure fournit donc une représentation, du canal radioélectrique réel  
 20 et du traitement effectué au niveau du récepteur (démodulation, filtrage adapté et filtrage blanchissant). Sur cette figure, on trouve le modulateur 91, un bloc 92 symbolisant le canal multi-trajets, le démodulateur 93 avec son filtre adapté 94  
 25 et son filtre blanchisseur 95.

La figure 8b montre une représentation de ces moyens sous forme de registre à décalage avec  $(L-1)$  cellules  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{L-1}$ . Ce registre reçoit le symbole courant  $a_n$  et les cellules contiennent les symboles  
 30 retardés d'une période symbole, à savoir  $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_{n-(L-1)}$ . Le circuit représenté comprend encore  $(L)$



multiplieurs  $Z_0, Z_1, \dots, Z_{L-1}$  recevant respectivement  
 (L) coefficients  $c_n^0, c_n^1, \dots, c_n^{L-1}$ , un additionneur S  
 relié aux multiplieurs, un dernier additionneur  
 recevant un signal  $w_n$  représentant un bruit. Cet ultime  
 5 additionneur délivre un signal  $r_n$ .

Chaque échantillon reçu peut se mettre sous la  
 forme

$$R_k = \sum_{l=0}^{L-1} c_k^l a_{k-l} + W_k, \quad k=0,1,\dots,N+L-2,$$

où  $c_k^l$  est le  $l$ ème coefficient du filtre de canal  
 10 discret au  $k$ ème instant d'échantillonnage et  $W_k$  est un  
 bruit additif blanc gaussien. Pour simplifier la  
 présentation et avoir des équations concises, les  
 coefficients  $c_k^l$  du canal discret, vérifiant  $k < l$  ou  
 $k > N+l$ , interviennent dans l'expression de  $R_k$  alors  
 15 qu'ils sont nuls. Pour la même raison, les symboles  $a_k$   
 émis, vérifiant  $k < 0$  ou  $k > N-1$ , apparaissent dans  
 cette expression de  $R_k$  même s'ils sont nuls.

Les coefficients du canal discret sont presque  
 décorrélés entre trajets discrets différents  
 20 (indépendance vis-à-vis de la variable  $l$ ). Abstraction  
 faite des effets de la modulation et de la  
 démodulation, cette propriété est due à l'indépendance  
 des trajets multiples du canal radioélectrique réel.  
 Toutefois, les coefficients d'un même trajet discret  $l$   
 25 sont corrélés entre eux (dépendance vis-à-vis de la  
 variable  $k$ ). Leur fonction d'autocorrélation discrète,  
 définie par

$$\phi_{m-n}^l = E[c_m^l (c_n^l)^*]$$

dépend uniquement du spectre de puissance Doppler du trajet correspondant.

Les spectres de puissance Doppler généralement rencontrés en communications radiomobiles sont soit de type classique, (en environnements extérieurs), soit de type plat, (en environnements intérieurs). La fonction d'autocorrélation du  $l^{\text{ème}}$  trajet, de puissance moyenne  $\phi'_0$ , est donnée par

$$\phi'_k = \phi'_0 J_0(\pi k B_D T_S),$$

10 dans le cas d'un spectre de puissance Doppler classique et par

$$\phi'_k = \phi'_0 \sin(\pi k B_D T_S) / \pi k B_D T_S,$$

dans le cas d'un spectre de puissance Doppler plat, où  $J_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 [3, 12]. La puissance moyenne  $\phi'_0$  varie d'un trajet à l'autre et caractérise le profil de l'intensité des trajets ("multipath intensity profile" en anglais [3]) du canal discret.

Le récepteur de l'invention doit déterminer selon le critère du maximum a posteriori (MAP), la réalisation la plus vraisemblable des vecteurs

$$\mathbf{c}' = (c'_l, c'_{l+1}, c'_{l+2}, \dots, c'_{N+l-1})', \quad l = 0, 1, \dots, L-1,$$

caractérisant les  $L$  trajets discrets retenus par le récepteur pour l'égalisation. A cette fin, il a besoin d'une représentation adéquate du canal discret lui permettant de s'affranchir de la corrélation temporelle des coefficients d'un même trajet. Il a également besoin d'une représentation qui lui permette de s'affranchir de la variation éventuelle de l'énergie transmise d'un symbole de la tranche temporelle à

l'autre. Cette représentation est obtenue tout d'abord par l'introduction du vecteur de symboles transmis normalisés

$$\mathbf{A} = (A_0, A_1, \dots, A_{N-1})'$$

- 5 avec des composantes  $A_k = a_k / \sqrt{E_k}$  de module constant égal à un. Elle est également obtenue en réécrivant les échantillons reçus durant une tranche temporelle sous la forme :

$$R_k = \sum_{l=0}^{L-1} C'_l A_{k-l} + W_k, \quad k = 0, 1, \dots, N + L - 1,$$

- 10 où  $C'_l$  est la  $l$ ème composante du vecteur normalisé

$$\mathbf{C}' = (c'_l \sqrt{E_0}, c'_{l+1} \sqrt{E_1}, c'_{l+2} \sqrt{E_2}, \dots, c'_{N+l-1} \sqrt{E_{N-1}})'$$

associé et caractérisant directement le  $l$ ème trajet du canal discret. Elle est enfin acquise grâce à une décomposition, dite de KARHUNEN-LOEVE [3], de chaque

- 15 vecteur normalisé  $\mathbf{C}'$  dans une base orthonormale  $\{\mathbf{B}^k\}_{k=0}^{N-1}$  tenant compte à la fois de la variation de l'énergie des symboles émis et des caractéristiques du spectre de puissance Doppler du  $l$ ème trajet [3]. Cette décomposition permet en effet de décrire le vecteur
- 20 normalisé  $\mathbf{C}'$  (avec composantes temporelles corrélées) du  $l$ ème trajet discret par un vecteur colonne équivalent,  $\mathbf{G}' = (G'_0, G'_1, \dots, G'_{N-1})'$ , dont les  $N$  composantes sont bien décorrélées. Le vecteur  $\mathbf{C}'$  peut être
- 25 par la transformation

$$\mathbf{C}' = \sum_{k=0}^{N-1} G'_k \mathbf{B}^k,$$

Inversement, les composantes de cette représentation adéquate  $G'$  peuvent être retrouvées à partir du même vecteur  $C'$  par la transformation inverse

$$G'_k = (B^k)^* C', \quad k=0,1,\dots,N-1,$$

5 où  $(\cdot)^*$  est l'opérateur de conjugaison.

Conformément aux propriétés de la décomposition de KARHUNEN-LOEVE [3], les vecteurs de la base orthonormale associée au  $l$ ème trajet ne sont autres que les vecteurs propres de la matrice de covariance  $H'$  du  
 10 vecteur normalisé  $C'$  associé à ce trajet. De plus, les valeurs propres  $\{\lambda^k\}_{k=0}^{N-1}$  associés ne sont autres que les variances des composantes  $G'_0, G'_1, \dots, G'_{N-1}$  de la représentation adéquate  $G'$  du trajet correspondant. Les  
 15 vecteurs  $\{B^k\}_{k=0}^{N-1}$  associés à chaque trajet, ainsi que les valeurs propres correspondantes, peuvent donc être obtenus à partir de l'équations matricielle

$$H' B^k = \lambda^k B^k, \quad k=0,1,\dots,N-1.$$

La  $(m,n)$ ème entrée de la matrice de covariance  $H'$  du vecteur normalisé associé au  $l$ ème trajet est donnée  
 20 directement par

$$H'_{mn} = E[C'_m (C'_n)^*] = \sqrt{E_m E_n} \phi'_{m-n},$$

où  $\phi'_{m-n}$  dénote la fonction d'autocorrélation discrète de ce trajet définie plus haut.

Le récepteur selon l'invention doit normalement  
 25 disposer de  $L$  bases orthonormales associées à chacun des  $L$  trajets du canal discret afin de reconstruire ou décomposer toute estimation intermédiaire ou finale du canal discret. Dans la pratique, les formes des

spectres de puissance Doppler des  $L$  trajets du canal sont identiques. Les matrices de covariance  $\{H'\}_{l=0}^{L-1}$  associées sont donc identiques, à un facteur multiplicatif près, et les bases orthonormales correspondantes le sont aussi. Une seule base orthonormale est alors généralement suffisante au niveau du récepteur pour effectuer convenablement l'estimation du canal.

Pour générer la base orthonormale du  $l$ ème trajet, le récepteur doit disposer d'une estimation aussi précise que possible de la matrice de covariance  $H'$  de ce trajet. A cette fin, il doit disposer d'une connaissance aussi précise que possible des caractéristiques du spectre de puissance Doppler du canal radioélectrique. Cette connaissance est mise à jour régulièrement et comporte obligatoirement une estimation de l'étalement Doppler  $B_D$  ou d'une borne supérieure de celui-ci. Elle peut comporter éventuellement une estimation de la puissance moyenne de chacun des trajets du canal discret et de la forme du spectre de puissance Doppler. Conditionnellement à cette connaissance, le récepteur peut, soit calculer en temps réel les bases orthonormales adéquates, soit rechercher dans une banque de bases orthonormales pré-calculées celles qui concordent le mieux avec les caractéristiques du canal réel. En général, le récepteur n'a ni connaissance précise de la forme du spectre de puissance Doppler, ni connaissance parfaite et instantanée de l'étalement Doppler. Dans ce cas typique, il peut éventuellement faire l'hypothèse d'un spectre de puissance Doppler plat avec, comme étalement

Doppler, une borne supérieure de l'étalement Doppler réel. Par ailleurs, le récepteur peut ne pas disposer d'une estimation précise de la puissance moyenne de chacun des trajets du canal discret pris  
 5 individuellement. Dans ce cas aussi, il peut aussi faire l'hypothèse d'un canal discret avec  $L$  trajets de puissances moyennes égales.

L'estimation des vecteurs  $\mathbf{c}'$  caractérisant les  $L$  trajets du canal discret se fait itérativement selon le  
 10 critère du MAP à travers les vecteurs normalisés  $\mathbf{C}'$  ou leur représentation adéquate  $\mathbf{G}'$ . Cette estimation peut prendre en compte de manière optimale aussi bien les caractéristiques des symboles de données et de référence émis (statistiques et énergies) que les  
 15 caractéristiques du canal multi-trajets.

L'estimation au MAP  $\{\hat{\mathbf{G}}'\}_{l=0}^{L-1}$  d'une réalisation de la représentation adéquate  $\{\mathbf{G}'\}_{l=0}^{L-1}$  du canal discret est la valeur

$$\{\hat{\mathbf{G}}'\}_{l=0}^{L-1} = \arg \max_{\{\mathbf{G}'\}_{l=0}^{L-1}} p(\{\mathbf{G}'\}_{l=0}^{L-1} | \mathbf{R})$$

20 qui maximise la densité de probabilité conditionnelle a posteriori  $p(\{\mathbf{G}'\}_{l=0}^{L-1} | \mathbf{R})$ . Conformément à l'invention, et en utilisant l'extension dite SAGE [7] de l'algorithme EM [8, 9], il est possible d'obtenir itérativement une solution aussi proche qu'il le faut de la solution  
 25 exacte.

En général, la densité de probabilité conditionnelle a posteriori  $p(\{\mathbf{G}'\}_{l=0}^{L-1} | \mathbf{R})$  à maximiser possède plusieurs maxima globaux conduisant souvent à

une ambiguïté de l'estimation de canal selon le critère MAP. Cette ambiguïté peut être levée grâce à l'utilisation des symboles de référence connus du récepteur. Cependant, ceci se révèle souvent

5 insuffisant, car cette densité de probabilité conditionnelle possède également des maxima locaux pouvant être atteints par l'algorithme SAGE à la place de l'unique maximum global. Pour éviter ce problème, il faut utiliser les symboles de référence pour déterminer

10 convenablement les conditions initiales  $\{G^{(0)}\}_{l=0}^{L-1}$ .

L'algorithme SAGE réestime successivement, par induction, chacun des vecteurs  $G^l$  en gardant inchangées les estimations précédentes des autres vecteurs  $G^m$ , avec  $m \neq l$ . Conformément aux propriétés de l'algorithme

15 SAGE, ces réestimations successives garantissent une croissance monotone de la densité de probabilité conditionnelle a posteriori  $p(\{G^l\}_{l=0}^{L-1} | R)$ .

Etant donné le vecteur  $R$  d'échantillons reçus durant une tranche temporelle à traiter, le récepteur

20 commence par calculer des conditions initiales  $\{G^{(0)}\}_{l=0}^{L-1}$  des vecteurs  $\{G^l\}_{l=0}^{L-1}$  à partir des échantillons ne dépendant que des séquences de référence. A cette fin, les séquences de référence doivent être telles qu'une séparation rapide et simple des contributions des  $L$

25 trajets à chacun de ces échantillons soit garantie. Pour pouvoir effectuer une estimation initiale, permettant le lancement de l'algorithme d'estimation de canal, il faut recourir à une ou plusieurs séquences de référence ayant chacune de bonnes propriétés

d'autocorrélation. A l'instar du système GSM, ces séquences peuvent être construites à partir de séquences CAZAC par extension ou permutation circulaire. Ces séquences sont composées de symboles de module constant et possèdent une fonction d'autocorrélation circulaire nulle partout à l'exception de l'origine. Dans le cadre de la présente invention, il est préférable d'avoir des séquences CAZAC avec des symboles appartenant à la constellation de la modulation utilisée pour véhiculer les symboles de données. A titre d'exemple, pour une modulation MDP2, la seule séquence CAZAC (à un signe et à une permutation circulaire près) la plus courte, à savoir  $\{-1, +1, +1, +1\}$ , ne compte que quatre symboles. Pour une modulation MDP4, utilisant la constellation  $\{1, i, -1, -i\}$ , la seule séquence CAZAC (toujours à un facteur multiplicatif  $i, -1$  ou  $-i$ , et à un décalage circulaire près) la plus courte, à savoir  $\{1, i\}$ , n'est composée que de 2 symboles.

Une séquence de référence basée sur une séquence CAZAC de longueur  $M$  ne permet d'estimer que  $M$  trajets du canal discret au plus. Elle est obtenue par une extension cyclique de  $L-1$  positions de cette séquence CAZAC et comporte au total  $M+L-1$  symboles. La longueur  $M$  de la séquence CAZAC doit donc être supérieure ou égale au nombre de trajets  $L$  du canal discret à estimer. Dans le cadre de la présente invention, il est parfois souhaitable d'utiliser des séquences CAZAC courtes pour nombre de trajets  $L$  à estimer petit (inférieur ou égal à 4 pour une modulation MDP2 et à 2 pour des modulations MDP4, MDP8, ...), car elles



permettent de réduire significativement le nombre total de symboles de référence par tranche temporelle, tout en garantissant un échantillonnage plus régulier et plus fréquent du canal discret, surtout dans les  
5 environnement à grands étalements Doppler.

La figure 9 illustre l'estimation d'un canal discret composé de 2 trajets ( $L=2$ ) dans le cas d'une modulation MDP2. La première ligne, A, donne la séquence de référence, la seconde, T1, correspond au  
10 premier trajet, la troisième, T2, au second trajet et la quatrième, S, donne la composition des échantillons reçus. La séquence de référence élémentaire utilisée  $\{-1, +1, +1, +1, -1\}$ , composée de 5 symboles ( $M+L-1=5$ ) n'est autre que l'extension circulaire d'une seule  
15 position de la séquence CAZAC  $\{-1, +1, +1, +1\}$  composée de 4 symboles ( $M=4$ ). Comme l'indique la figure 5, la séquence de référence élémentaire occupe les positions entre  $n-4$  et  $n$  de la tranche temporelle à traiter. Les échantillons reçus, dépendant uniquement de cette  
20 séquence, occupent quant à eux les positions entre  $n-3$  et  $n$ . Ils sont donnés explicitement par :

$$\begin{aligned} R_{n-3} &= C_{n-3}^0 A_{n-3} + C_{n-3}^1 A_{n-4} + W_{n-3} = C_{n-3}^0 - C_{n-3}^1 + W_{n-3} \\ R_{n-2} &= C_{n-2}^0 A_{n-2} + C_{n-2}^1 A_{n-3} + W_{n-2} = C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + W_{n-2} \\ R_{n-1} &= C_{n-1}^0 A_{n-1} + C_{n-1}^1 A_{n-2} + W_{n-1} = C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + W_{n-1} \\ R_n &= C_n^0 A_n + C_n^1 A_{n-1} + W_n = -C_n^0 + C_n^1 + W_n \end{aligned}$$

Pour une estimation peu biaisée des coefficients  
25  $C_k^0$  et  $C_k^1$  du canal discret normalisé, pour  $k$  pris entre  $n-3$  et  $n$ , il est nécessaire de faire l'hypothèse d'un étalement Doppler suffisamment faible pour garantir une variation négligeable de canal entre les positions  $n-3$

et  $n$ . Dans ce cas, une estimation approximative de ces coefficients est obtenue en corrélant les échantillons  $R_k$ ,  $k$  pris entre  $n-3$  et  $n$ , avec la séquence CAZAC elle-même et un décalage circulaire d'une position vers la gauche de celle-ci. La corrélation avec la séquence CAZAC  $\{-1, +1, +1, +1\}$  donne :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{n-3}^1 &= \tilde{C}_{n-2}^1 = \tilde{C}_{n-1}^1 = \tilde{C}_n^1 = (-R_{n-3} + R_{n-2} + R_{n-1} + R_n)/4 = \\ &= (C_{n-3}^1 + C_{n-2}^1 + C_{n-1}^1 + C_n^1)/4 + W_n^1 \end{aligned}$$

comme première estimation des échantillons  $n-3, n-2, n-1$  et  $n$  du deuxième trajet, où  $W_n^1$  est un terme qui tient compte du bruit et du biais. La corrélation avec la séquence obtenue après décalage circulaire,  $\{+1, +1, +1, -1\}$ , donne quant à elle

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{n-3}^0 &= \tilde{C}_{n-2}^0 = \tilde{C}_{n-1}^0 = \tilde{C}_n^0 = (R_{n-3} + R_{n-2} + R_{n-1} - R_n)/4 = \\ &= (C_{n-3}^0 + C_{n-2}^0 + C_{n-1}^0 + C_n^0)/4 + W_n^0 \end{aligned}$$

comme première estimation des échantillons aux instants  $n-3, n-2, n-1$  et  $n$  du premier trajet, où  $W_n^0$  est un terme qui joue le même rôle que  $W_n^1$ .

Dans le cas général, l'estimation grossière des  $L$  coefficients du canal, à un instant donné de la tranche temporelle, est obtenue par corrélation des échantillons dépendant uniquement de la séquence de référence avec  $L$  versions décalées de la séquence CAZAC correspondante.

Chaque séquence de référence construite par extension circulaire d'une séquence CAZAC permet d'obtenir un échantillon bruité de chacun des trajets du canal discret. Le nombre d'échantillons par tranche temporelle nécessaires à la reconstruction du canal dépend de l'étalement Doppler normalisé  $B_0 T_s$  et du

nombre  $N$  de symboles composant cette tranche. Plus le produit  $B_0 T_s N$  est grand, plus le canal varie d'une extrémité à l'autre de la tranche temporelle et plus le nombre de séquences de références élémentaires doit être grand. Une séquence de référence élémentaire est un sous-ensemble de symboles groupés de la séquence de référence associée à la tranche temporelle obtenu à partir d'une extension circulaire d'une séquence CAZAC.

Conformément aux propriétés de la décomposition de KARHUNEN-LOEVE du canal discret, plus une valeur propre  $\lambda^k$  est grande pour un trajet  $l$  donné, plus la contribution  $G_l^H B^k$  du vecteur propre associé à la représentation adéquate de ce trajet est importante en moyenne. La figure 10 montre la répartition des valeurs propres les plus importantes pour une tranche temporelle de  $N=100$  symboles de même énergie normalisée à 1 et des étalements Doppler normalisés  $B_0 T_s$  égaux respectivement à  $1/50$  (courbe 113),  $1/100$  (courbe 112) et  $1/500$  (courbe 111). Cette figure montre clairement qu'une représentation convenable de chacun des trajets du canal discret peut s'appuyer, sans perte perceptible de performance, sur les quelques vecteurs propres de plus grandes valeurs propres. Pour des valeurs faibles du produit  $B_0 T_s N$ , le vecteur propre de plus grande valeur propre suffit à lui seul à une représentation précise de chacun des trajets du canal discret. Ce vecteur propre varie alors très lentement au cours du temps et permet donc, grâce à une séquence de référence groupée au milieu de chaque tranche temporelle, de reconstruire un canal discret quasi constant sur toute la tranche temporelle. Ceci est le cas du système GSM

où les étalements Doppler normalisés sont supposés être très faibles et le canal est supposé être constant sur une tranche temporelle donnée.

Pour des étalements Doppler normalisés un peu plus élevés, les deux vecteurs propres associés aux deux plus grandes valeurs propres sont nécessaires à une reconstruction précise du canal discret. Ces deux vecteurs varient suffisamment pour qu'une séquence de référence composée de deux séquences élémentaires, placées de part et d'autre du milieu de la tranche temporelle, se révèle nécessaire.

Dans le cas général, plus grand est le produit  $B_D T_s N$ , plus grand est le nombre de vecteurs propres à utiliser dans la représentation adéquate du canal discret. De plus, plus grand est ce produit, plus importantes sont les variations de ces vecteurs propres et donc plus important est le nombre de séquences de référence élémentaires à mettre en oeuvre. De surcroît, à longueur de séquence de référence constante, plus le nombre de séquences de référence élémentaires est grand, plus la longueur de chacune doit être diminuée. Pour un nombre de trajets  $L$  donné, la longueur d'une séquence élémentaire,  $M+L-1$ , peut au mieux être réduite à  $2L-1$  en choisissant une séquence CAZAC de longueur  $L$  ; d'où l'utilité d'avoir des séquences CAZAC très courtes. Selon l'invention, la séquence CAZAC  $\{-1, +1, +1, +1\}$  de longueur  $M=4$  est recommandée pour toutes les modulations de phase quand le nombre de trajets  $L$  est inférieur ou égal à 4 et que le produit  $B_D T_s N$  est faible. Selon l'invention également, la séquence CAZAC  $\{1, i\}$  de longueur  $M=2$  est conseillée pour un nombre de

trajets inférieur ou égal à 2 et des produits  $B_0 T_S N$  assez importants.

Soit  $K$  le nombre de séquences de référence élémentaires par tranche temporelle à traiter. Soient  
 5  $\tilde{C}_{k-M+1}^l, \tilde{C}_{k-M+2}^l, \dots, \tilde{C}_k^l$ ,  $l=0,1,\dots,L-1$ , les échantillons du canal discret procurés par la  $k$ ème séquence de référence élémentaire et  $S_k = \{k-M+1, k-M+2, \dots, k\}$  l'ensemble des indices de ces échantillons. Les conditions initiales,  $\{G^{l(0)}\}_{l=0}^{L-1}$ , de la représentation adéquate du canal selon  
 10 l'invention peuvent être obtenues à partir de ces échantillons en utilisant les équations :

$$G_k^{l(0)} = w_k^{l'} \frac{\sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n \in S_m} \tilde{C}_n^l (B_n^{lk})^*}{N_k^l} \quad \text{où} \quad N_k^l = \sum_{m=0}^{K-1} \sum_{n \in S_m} |B_n^{lk}|^2 \quad \text{et} \quad w_k^{l'} = \frac{N_k^l}{N_k^l + N_0 / \lambda^{lk}}.$$

Le facteur de pondération  $w_k^{l'}$  dépend de la norme  $N_k^l$  de la restriction des vecteurs propres aux seuls  
 15 échantillons en correspondance directe avec les échantillons de canal procurés par la séquence de référence. Il dépend également de la qualité de la contribution du vecteur propre  $B^{lk}$  mesurée par le rapport  $\lambda^{lk} / N_0$ . Plus la variance  $\lambda^{lk}$  du coefficient  $G_k^l$   
 20 dans la représentation du canal discret est grande par rapport à la variance  $N_0$  des échantillons de bruit, plus la pondération correspondante est importante et s'approche de 1.

En se basant toujours sur le vecteur  $R$   
 25 d'échantillons reçus durant une tranche temporelle, le récepteur selon l'invention conduit ensuite une estimation itérative du canal discret en partant de ces

conditions initiales  $\{G^{(0)}\}_{l=0}^{L-1}$ . Conformément à l'extension SAGE de l'algorithme EM, l'estimateur de canal optimal selon le critère du MAP calcule itérativement, trajet après trajet, la réestimation

5  $\{G^{(d+1)}\}_{l=0}^{L-1}$  à partir de l'estimation  $\{G^{(d)}\}_{l=0}^{L-1}$ . A chaque itération, l'estimateur de canal calcule de proche en proche les vecteur  $G^{(d+1)}$ ,  $l=0,1,\dots,L-1$ , à partir des vecteurs  $\{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}$  et  $\{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1}$  calculés auparavant. Selon l'invention, la  $k$ ème composante de la  $(d+1)$ ème

10 réestimation  $G^{(d+1)}$  du vecteur  $G^l$  associé au  $l$ ème trajet et obtenue en se servant de l'expression :

$$G_k^{(d+1)} = w_k^l \times \left\{ \sum_{n=l}^{N+l-1} \left( \sum_{A_n} \left[ R_n - \sum_{m=0}^{l-1} C_n^{m(d+1)} A_{n-m} - \sum_{m=l+1}^{L-1} C_n^{m(d)} A_{n-m} \right] A_{n-l}^* P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1}) \right) (B_{n-l}^{lk})^* \right\}$$

où

15 
$$w_k^l = \frac{1}{1 + N_0 / \lambda^{lk}}, \quad A_n = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_n)$$

et  $C_n^{m(d)}$  est la  $n$ ème composante de la reconstruction,  $C^{m(d)}$ , selon la décomposition de KARHUNEN-LOEVE du même trajet du canal discret à la  $d$ ème itération. Cette reconstruction est donnée explicitement par

20 
$$C^{m(d)} = \sum_{k=0}^{N-1} G_k^{m(d)} B^{mk}.$$

Comme précédemment, les pondérations  $w_k^l$  tiennent compte de la qualité de la contribution du vecteur  $B^{lk}$  à la représentation adéquate du canal discret. Plus la contribution d'un vecteur propre est importante par

25 rapport à la variance du bruit, plus sa pondération est

proche de 1 et plus il joue un rôle important dans la reconstruction de l'estimation du canal.

Afin d'estimer la représentation adéquate,  $G^{l(d+1)}$ , du  $l$ ème trajet en accord avec l'expression précédente, le récepteur commence par calculer une estimation

$$R_n - \sum_{m=0}^{l-1} C_n^{m(d+1)} A_{n-m} - \sum_{m=l+1}^{L-1} C_n^{m(d)} A_{n-m}$$

de  $C_n^l A_{n-l}$  en retranchant les contributions des autres trajets  $m \neq l$ . Cette soustraction est faite dans l'hypothèse où le vecteur  $A_n = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_n)$  est émis, d'où l'utilité de pondérer plus tard cette expression par la probabilité conditionnelle a posteriori  $P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1})$  d'avoir réellement émis ce vecteur. Une fois cette estimation de  $C_n^l A_{n-l}$  réalisée, le récepteur la multiplie par le conjugué  $A_{n-l}^*$  de  $A_{n-l}$  pour s'affranchir de la modulation. Cette opération est effectuée en supposant toujours que le vecteur  $A_n$  a été émis, d'où la nécessité de pondérer l'estimation résultante :

$$\left( R_n - \sum_{m=0}^{l-1} C_n^{m(d+1)} A_{n-m} - \sum_{m=l+1}^{L-1} C_n^{m(d)} A_{n-m} \right) A_{n-l}^*$$

de  $C_n^l$  par la probabilité conditionnelle a posteriori d'avoir émis ce vecteur. L'estimation finale

$$\sum_{A_n} \left[ R_n - \sum_{m=0}^{l-1} C_n^{m(d+1)} A_{n-m} - \sum_{m=l+1}^{L-1} C_n^{m(d)} A_{n-m} \right] A_{n-l}^* P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1})$$

de  $C_n^l$  est bien sûr obtenue en prenant en compte la contribution de toutes les valeurs pouvant être prises par  $A_n$ .

Une fois cette estimation  $C'_n$ , du  $n$ ème échantillon du  $l$ ème trajet obtenue pour  $n$  entre 1 est  $N+l-1$ , il ne reste plus au récepteur qu'à la projeter sur chacun des vecteurs  $B^k$  de la base orthonormale associée à la  
 5 représentation adéquate de ce trajet. La projection sur le  $k$ ème vecteur  $B^k$  est ensuite pondérée par  $w'_k$  afin de tenir compte de la qualité de sa contribution à l'estimation du  $l$ ème trajet du canal à la  $(d+1)$ ème itération.

10 En pratique, seuls quelques vecteurs de base interviennent de manière importante dans la représentation de chacun des trajets. Dans ce cas, le nombre de vecteurs utilisés dans la transformation de KARHUNEN-LOEVE et la transformation inverse peut être  
 15 réduit sensiblement sans perte perceptible de performances tout en garantissant une réduction importante de la complexité.

L'estimation itérative du canal discret peut être accomplie un nombre fini  $D$  de fois de telle manière  
 20 que l'estimation globale  $\{C^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$  (obtenue à partir de  $\{G^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$  par la transformation de KARHUNEN-LOEVE) garantisse une dégradation imperceptible des performances du récepteur par rapport à la solution optimale qui serait obtenue après un nombre infini  
 25 d'itérations. Cette estimation itérative suppose la connaissance des probabilités conditionnelles a posteriori  $P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1})$  pour toutes les valeurs possibles des vecteurs  $A_n = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_n)$ ,  $n=0,1,\dots,N+L-2$ . Ces probabilités conditionnelles



peuvent être calculées exactement par l'algorithme de  
BAHL, connu aussi sous le nom d'algorithme BCJR [6].  
Elles peuvent aussi être calculées de manière  
approximative et simple grâce à des variantes  
5 linéarisés de l'algorithme de Bahl [10].

A titre d'illustration, on présente ici les  
grandes lignes du calcul par l'algorithme de Bahl des  
probabilités conditionnelles  $P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{L-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=1}^{L-1})$ . A  
cette fin, il faut remarquer, conformément à la figure  
10 8, que l'échantillon  $R_n$  obtenu à l'instant  $n$  dépend à  
la fois du symbole  $A_n$  émis à cet instant et des  $L-1$   
symboles  $A_{n-1}, A_{n-2}, \dots, A_{n-(L-1)}$  le précédant. Ainsi,  
l'ensemble modulateur-canal multi-trajets-démodulateur  
peut être modélisé par une chaîne de MARKOV à temps  
15 discret. Cette chaîne de MARKOV est décrite par un  
treillis dont les états représentent à chaque instant  $n$   
le contenu du registre à décalage de la figure 8 et  
dont les étiquettes des branches représentent la  
version non bruitée des échantillons possibles à la  
20 sortie du filtre blanchisseur. A titre d'exemple, la  
figure 11 montre une représentation en treillis d'un  
canal discret composé de  $L=2$  trajets pour une  
modulation MDP2 à deux états  $\{-1, +1\}$  et une longueur  
de tranche temporelle  $N=4$ .

25 Un tel treillis représente la sortie attendue du  
canal en fonction du temps et selon les symboles émis.  
Dans le cas illustré où le canal est supposé présenter  
deux trajets, la sortie du canal est conditionnée par  
le symbole émis à l'instant considéré et à l'instant  
30 antérieur. Par exemple, en partant de l'instant  $n=1$ , on

peut émettre soit  $-1$ , soit  $+1$ , sachant qu'à l'instant précédent  $0$ , on n'a rien émis (nœud initial à l'extrême gauche). Si l'on a émis  $-1$ , on s'attend en sortie du canal à recevoir  $(-1) C_0^0 + (0) C_0^1$ , soit  $-C_0^0$ , quantité qui

5 figure sur la première branche montante vers le nœud  $-1$ . Si l'on a émis  $+1$ , on s'attend à recevoir  $(+1) C_0^0 + (0) C_0^1$ , soit  $C_0^0$ , quantité qui figure sur la première branche descendante vers le nœud  $+1$ .

Pour  $n=1$ , si l'on émet  $-1$  et si l'on avait émis  $-1$

10 à l'instant antérieur  $n=0$ , on s'attend à recevoir  $(-1) C_1^0 + (-1) C_1^1$ , soit  $-C_1^0 - C_1^1$ . Si l'on émet  $+1$ , on s'attend à recevoir  $(+1) C_1^0 - C_1^1 = C_1^0 - C_1^1$ . De même, si l'on avait émis  $+1$  à l'instant antérieur, on s'attend à recevoir  $-C_1^0 + C_1^1$  si l'on émet  $-1$ , et  $C_1^0 + C_1^1$  si l'on émet

15  $+1$ . Ces quatre valeurs figurent sur les quatre branches à  $n=1$ . La tranche s'achève par une émission de  $0$ , et la quantité attendue est  $-C_4^1$  ou  $C_4^1$  selon qu'on a émis  $-1$  ou  $+1$  à l'instant antérieur  $n=3$ . Le treillis représente donc bien, à chaque instant, les quantités attendues en

20 sortie du canal, selon les symboles envoyés.

Conformément à une telle représentation du canal discret, chaque branche du treillis détermine une valeur unique du vecteur  $A_n = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_n)$ , car, d'une part, les  $L-1$  premières composantes sont données

25 par l'état de départ  $S_n = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_{n-1})$  de la branche et, d'autre part, les  $L-1$  dernières composantes sont données par l'état de destination  $S_{n+1} = (A_{n-(L-2)}, A_{n-(L-3)}, \dots, A_n)$ . Le problème de calculer les probabilités conditionnelles a posteriori

$P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1})$  se ramène donc au calcul des probabilités des branches du treillis conditionnellement au vecteur d'échantillons reçus  $R$  et à l'estimation intermédiaire du canal discret  
 5 normalisé donnée par les vecteurs  $C^{m(d+1)}$  pour les  $l$  premiers trajets  $m=0,1,\dots,l-1$  et les vecteurs  $C^{m(d)}$  pour les  $L-l$  derniers trajets  $m=l,l+1,\dots,L-1$ . A cette fin, les branches du treillis doivent être étiquetées par les coefficients de cette estimation intermédiaire et  
 10 non par ceux du canal discret réel.

L'algorithme de BAHL permet de calculer efficacement les probabilités conditionnelles a posteriori des branches du treillis en factorisant l'expression de la probabilité du vecteur reçu  $R$ ,  
 15 conditionnellement à chacune des séquences  $A$  pouvant être émises, afin de ne pas dupliquer toutes les opérations communes à des séquences émises ayant le même passé ou le même avenir à un instant donné. A cette fin, cet algorithme fait appel à des fonctions  
 20  $\alpha_n(S)$  et  $\beta_n(S)$  qui donnent respectivement un aperçu du passé et de l'avenir pour chaque instant  $n=0, 1, \dots, N+L-1$  et chaque valeur  $S$  possible de l'état  $S_n$ .

La fonction  $\alpha_n(S)$  est la probabilité conjointe d'être à l'état  $S_n=S$  à l'instant  $n$  et d'avoir reçu les  
 25 échantillons  $\{R_i\}_{i=0}^{n-1}$ . La factorisation des calculs pour des séquences ayant un passé commun permet de calculer cette fonction grâce à la récurrence :

$$\alpha_n(S) = \sum_{S'} \alpha_{n-1}(S') \gamma_n(S', S)$$

où  $\gamma_n(S', S)$  est la fonction qui donne la probabilité, conditionnellement à un état de départ du treillis  $S_{n-1} = S'$ , d'aller à l'état  $S_n = S$  et de recevoir en même temps l'échantillon  $R_{n-1}$ . Cette expression montre que  
 5 l'information sur le passé peut être acquise à la fois à travers les probabilités associées à l'instant précédant immédiatement l'instant actuel et à travers les probabilités de transitions des branches du treillis.

10 La fonction  $\beta_n(S)$  a une signification équivalente à celle de  $\alpha_n(S)$ . C'est la probabilité d'avoir reçu les échantillons  $\{R_k\}_{k=n}^{N+L-2}$ , conditionnellement à l'état de départ  $S_n = S$  à l'instant  $n$ . Cette fonction peut être aussi calculée de proche en proche à partir de l'avenir  
 15 par la récurrence

$$\beta_n(S) = \sum_{S'} \beta_{n+1}(S') \gamma_{n+1}(S, S').$$

Là encore, cette récurrence prouve que la connaissance de l'avenir pour un état  $S_n = S$  peut être obtenue à partir des caractéristiques à la fois des  
 20 états  $S_{n+1} = S'$  suivant immédiatement cet état et des branches du treillis les reliant ensemble. Pour une branche du treillis caractérisée par l'état de départ  $S_n = S' = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_{n-1})$  et l'état d'arrivée  $S_{n+1} = S = (A_{n-(L-1)}, \dots, A_{n-1}, A_n)$ , la fonction  $\gamma_k(S', S)$  est donnée  
 25 par :

$$\gamma_{n+1}(S', S) = P(A_n) \frac{1}{\pi N_0} \exp \left( - \frac{1}{N_0} \left| R_n - \sum_{m=0}^{L-1} C_n^{m(d+1)} A_{n-m} - \sum_{m=L}^{L-1} C_n^{m(d)} A_{n-m} \right|^2 \right),$$

où  $P(A_n)$  est la probabilité a priori d'envoyer le symbole  $A_n$ . Ces probabilités a priori peuvent caractériser un codage éventuel des symboles modulés réellement émis. Ils peuvent également caractériser les symboles de référence qui sont connus du récepteur et qui prennent une seule valeur possible. Pour ces symboles de référence, la probabilité a priori  $P(A_n)$  prend la valeur 1 pour la valeur réellement émise et 0 pour les autres valeurs possibles de la modulation.

10 Afin d'effectuer les récurrences sur les fonctions  $\alpha_n(S)$  et  $\beta_n(S)$ , il faut prendre comme valeurs initiales :

$$\alpha_0(S_0 = (0,0,\dots,0)) = 1 \text{ et } \beta_{N+L-1}(S_{N+L-1} = (0,0,\dots,0)) = 1$$

A partir du calcul par l'algorithme de BAML des fonctions  $\alpha_n(S)$  et  $\beta_n(S)$ , il est facile d'obtenir les probabilités des branches du treillis, conditionnellement aux échantillons reçus et à l'estimation intermédiaire du canal discret, grâce à la formule :

$$20 \quad P(A_n = A | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=l}^{L-1}) = \frac{\alpha_n(S') \gamma_{n+1}(S', S) \beta_{n+1}(S)}{\beta_0(S_0 = (0,0,\dots,0))}$$

où  $A = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_n)$ ,  $S' = (A_{n-(L-1)}, A_{n-(L-2)}, \dots, A_{n-1})$  et  $S = (A_{n-(L-1)}, \dots, A_{n-1}, A_n)$ .

Il faut remarquer toutefois que la complexité de l'algorithme de BAML reste toujours assez élevée et qu'en pratique il vaut mieux recourir à des algorithmes approximatifs qui permettent de diminuer notablement la complexité des calculs sans trop dégrader les performances. Le recours à ces algorithmes approximatifs est d'autant plus conseillé que le nombre

de trajets ou/et d'états de la modulation est important.

Après D itérations, le récepteur dispose d'une estimation du canal discret  $\{C^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$  proche de la valeur optimale selon le critère du maximum a posteriori qui est normalement obtenue après un nombre infini d'itérations. A partir de cette estimation du canal et des échantillons reçus durant la tranche temporelle à traiter, le récepteur peut fournir soit des décisions fermes grâce à l'algorithme de VITERBI, soit des décisions pondérées grâce à l'algorithme SOVA ou à l'algorithme de BAHL.

L'algorithme de VITERBI cherche la séquence émise la plus vraisemblable. Il permet donc de réduire la probabilité d'erreurs de décision sur ces séquences émises. L'algorithme SOVA est un algorithme de VITERBI avec sorties pondérées. Il permet une caractérisation plus précise de la fiabilité des décisions effectuées par l'algorithme de VITERBI. L'algorithme de BAHL permet de déterminer la densité de probabilité a posteriori de chaque symbole émis, conditionnellement aux échantillons reçus et à l'estimation de canal obtenue. Il permet donc de déterminer la valeur la plus vraisemblable de chaque symbole émis et donc de réduire le taux d'erreur. Les sorties pondérées sont obtenues à travers les probabilités des symboles conditionnellement aux échantillons reçus.

Dans tous les cas, les sorties pondérées ne sont utiles que si un décodage correcteur ou un codage de source avec entrées pondérées est utilisé afin d'augmenter les performances du récepteur.

A titre d'illustration, dans le cadre de l'algorithme de BAML, le récepteur utilise l'estimation  $\{C^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$  du canal discret pour calculer les fonctions  $\alpha_n(S)$  et  $\beta_n(S)$ . Ces fonctions permettent alors de  
 5 déterminer pour chaque symbole  $A_n$  sa distribution de probabilité par la formule :

$$P(A_n = A | R, \{G^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}) = \sum_{A_n = A} P(A_n = A | R, \{G^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}).$$

Toutes les opérations précédentes d'estimation itérative du canal discret et de détection sont  
 10 illustrées sur la figure 12. L'estimateur de canal 120 utilise des moyens 121 définissant les bases  $\{B^k\}_{k=0}^{N-1}$ ,  $l=0,1,\dots,L-1$ , et des moyens 122 calculant les coefficients de pondération  $\{w_k^{l'}\}_{k=0}^{N-1}$  et  $\{w_k^l\}_{k=0}^{N-1}$ .  
 L'estimateur 120 met en oeuvre une première estimation  
 15 grossière du canal à partir des seules séquences de référence élémentaires par corrélation circulaire avec les séquences CAZAC correspondantes. Cette première estimation est symbolisée par le bloc  $\mathfrak{I}_0$  référencé 1201, qui délivre la représentation adéquate de  
 20 l'estimation initiale  $\{G^{(0)}\}_{l=0}^{L-1}$ . Ensuite, l'estimateur 120 met en oeuvre une réestimation d'ordre  $d$ , représentée par le bloc  $\mathfrak{I}_d$  référencé 1202, qui délivre la représentation adéquate de l'estimation de canal  $\{G^{(d)}\}_{l=0}^{L-1}$ , suivie d'une réestimation d'ordre  $d+1$ ,  
 25 représentée par le bloc  $\mathfrak{I}_{d+1}$  référencé 1203, qui délivre la représentation de l'estimation de canal  $\{G^{(d+1)}\}_{l=0}^{L-1}$ . Enfin, l'estimateur 120 met en oeuvre une dernière

réestimation d'ordre  $D$ , représentée par le bloc  $\mathfrak{I}_D$ ,  
 référencé 1204, qui délivre la représentation adéquate  
 de l'estimation de canal  $\{\mathbf{G}^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$ . A partir de cette  
 représentation adéquate du canal estimé, l'estimateur  
 5 fournit par les moyens 1205 l'estimation définitive  
 $\{\mathbf{C}^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$  du canal discret en mettant en oeuvre la  
 transformation de KARHUNEN-LOEVE.

La fourniture à un décodeur correcteur d'erreur ou  
 à un codeur de source de décisions fermes ou souples  
 10 sur les symboles émis, s'effectue par des moyens 123  
 qui mettent éventuellement en oeuvre l'algorithme de  
 VITERBI [3], l'algorithme SOVA [2], l'algorithme de  
 BAHN [6] ou l'algorithme de BAHN linéarisé [10].

Selon l'invention, la réestimation itérative du  
 15 canal est effectuée  $D+1$  fois et permet de calculer  
 $\{\mathbf{G}^{(0)}\}_{l=0}^{L-1}$ ,  $\{\mathbf{G}^{(1)}\}_{l=0}^{L-1}$ , ...,  $\{\mathbf{G}^{(D)}\}_{l=0}^{L-1}$ , successivement. La  
 figure 13 illustre les  $L$  étapes composant chaque  
 itération et qui sont nécessaires à l'estimation  
 successive de chacun des  $L$  trajets. Grâce aux moyens  
 20 121 et 122 de la figure 12, (fournissant les bases  
 $\{\mathbf{B}^{mk}\}_{k=0}^{N-1}$  et les pondérations  $\{w_k^m\}_{k=0}^{N-1}$ ), la  $(d+1)$ ème  
 itération  $\mathfrak{I}_{d+1}$  de l'estimateur de canal met en oeuvre  
 une première étape, basée sur l'algorithme de BAHN et  
 représentée par le bloc  $\text{BAHN}_0$ , référencé 130, pour  
 25 délivrer les probabilités conditionnelles a posteriori  
 $P(\mathbf{A}_n | \mathbf{R}, \{\mathbf{G}^{m(d)}\}_{m=0}^{L-1})$  à partir de la  $d$ ème réestimation du  
 canal. A partir de ces probabilités conditionnelles, la  
 $(d+1)$ ème itération met ensuite en oeuvre une deuxième



étape, basée sur l'algorithme SAGE et représentée par le bloc  $SAGE_0$ , référencé 131, pour permettre la  $(d+1)$ ème réestimation  $G^{(d+1)}$  du premier trajet.

A partir de la  $(d+1)$ ème réestimation des  $l-1$  premiers trajets, la  $(d+1)$ ème itération met en oeuvre une troisième étape, basée de nouveau sur l'algorithme de BAML et représentée par le bloc BAML, référencé 132, pour délivrer les probabilités conditionnelles a posteriori  $P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{l-1}, \{G^{m(d)}\}_{m=1}^{L-1})$  à partir de la  $d$ ème réestimation des  $L-1$  derniers trajets du canal et de la  $(d+1)$ ème réestimation des  $l$  premiers trajets de ce canal. Par la suite, la  $(d+1)$ ème itération met en oeuvre une quatrième étape, basée sur l'algorithme SAGE et représentée par le bloc  $SAGE_1$ , référencé 133, pour permettre la  $(d+1)$ ème réestimation  $G^{(d+1)}$  du  $l$ ème trajet.

Enfin, a partir de la  $(d+1)$ ème réestimation des  $L-1$  premiers trajets, la  $(d+1)$ ème itération met en oeuvre une dernière étape, basée sur l'algorithme de BAML et représentée par le bloc  $BAML_{L-1}$ , référencé 134, pour délivrer les probabilités conditionnelles a posteriori  $P(A_n | R, \{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{L-1}, G^{(L-1),(d)})$  à partir de la  $d$ ème réestimation du dernier trajet du canal et de la  $(d+1)$ ème réestimation des  $L-1$  premiers trajets de ce canal. Par la suite, la  $(d+1)$ ème itération met en oeuvre une dernière étape, basée sur l'algorithme SAGE et représentée par le bloc  $SAGE_{L-1}$ , référencé 135, pour

permettre la  $(d+1)$ ème réestimation  $G^{(L-1),(d+1)}$  du  $L$ ème trajet.

La première itération, symbolisée par le bloc  $\mathfrak{I}_0$  référencé 1201 de la figure 12, ne peut pas mettre en  
 5 oeuvre les algorithmes de BAHL et SAGE pour calculer la première estimation du canal discret. Selon l'invention, on utilise alors les symboles de référence dont les probabilités conditionnelles a priori et a posteriori sont bien connues du récepteur pour  
 10 effectuer cette première estimation. Cette première estimation s'effectue, en corrélant les échantillons reçus, dépendant uniquement de ces symboles de référence, avec les séquences CAZAC correspondantes. Elle met en oeuvre les moyens 122 de la figure 12 pour  
 15 calculer les pondérations  $\{w_k'\}_{k=0}^{N-1}$ .

# Références

- [1] M. MOULY et M.-B. PAUTET, "The GSM System for Mobile Communications" Europe Media Duplication S.A.,  
5 1993.
- [2] J. HAGENAUER et P. HOEHER, "A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and its Applications", GLOBECOM'89.
- [3] J. G. PROAKIS, "Digital Communications", McGraw-  
10 Hill, 1989.
- [4] U. H. ROHRS et L. P. LINDE, "Some Unique Properties and Applications of Perfect Squares Minimum Phase CAZAC Sequences", IEEE COMSIG'92, Proceedings of the 1992 South-African Symposium on Communications and Signal  
15 Processing.
- [5] A. MILEWSKI, "Periodic Sequences with Optimal Properties for Channel Estimation and Fast Start-Up Equalisation", IBM Journal of Research and Development, Vol. 27, No. 5, Septembre 1983.
- 20 [6] L. R. BAHL, J. COCKE, F. JELINEK et J. RAVIV, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate", IEEE Transactions on Information Theory, Mars 1974.
- [7] J. A. FESSLER et A. O. HERO, "Space-Alternating  
25 Generalized Expectation-Maximization Algorithm", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 42, No. 10, Octobre 1994.
- [8] G. KAWAS-KALEH, "Joint Carrier Phase Estimation and Symbols Decoding of Trellis Codes", ENST Paris, Mars  
30 1991.

- [9] A. P. DEMPSTER, N. M. LAIRD et D. B. RUBIN, "Maximization Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm", Journal of the Royal Statistical Society, Ser. 39, 1977.
- 5 [10] P. TORTELIER, "Procédés de décodage à sorties pondérées mettant en oeuvre l'algorithme de Viterbi en fonctionnement par blocs", Brevet français No. 9509610, 8 août 1995.
- [11] X. LAGRANGE, P. GODLEWSKY et S. TABBANE, "Réseaux  
10 GSM-DCS : des principes à la norme", Hermès, 1997.
- [12] S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY, "Numerical recipes in C : the art of scientific computing", W. H. Press, New York, 1992.
- [13] FR-A-2 747 870.

15

## REVENDICATIONS

1. Procédé de communications radiomobiles du type à accès multiple à répartition en temps, dans lequel on  
5 alloue à plusieurs utilisateurs des tranches temporelles pour l'émission et la réception de signaux radioélectriques, et dans lequel :

- 10 - à l'émission, on constitue, dans chaque tranche temporelle allouée, des symboles de données et des symboles de référence, on émet un signal radioélectrique contenant ces symboles de données et ces symboles de référence, ce signal empruntant un canal radiomobile multi-trajets,
- 15 - à la réception, on effectue un filtrage adapté du signal reçu, on échantillonne le signal filtré au rythme des symboles, on effectue une estimation du canal radiomobile, on traite les échantillons en tenant compte de cette estimation du canal et l'on restitue les  
20 symboles de données propres à la tranche allouée,

ce procédé étant caractérisé en ce que :

- 25 - à l'émission, pour chaque tranche temporelle allouée, on constitue plusieurs séquences de référence possédant des propriétés de corrélation temporelle appropriées et l'on répartit ces séquences dans chaque tranche temporelle,
- à la réception :
  - 30 i) pour estimer le canal radiomobile, on représente ce canal par un treillis comprenant des branches symbolisant les

transitions entre deux états successifs du canal et caractérisant les séquences possibles à la sortie du canal,

- 5 ii) on calcule les probabilités de ces branches en mettant en œuvre un algorithme itératif dans lequel on calcule, par un nombre fini (D+1) d'itérations et selon le critère de probabilité maximum a posteriori, une
- 10 estimation d'une représentation  $\{G^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  des L trajets de ce canal, l'itération de rang (d+1) ( $\mathfrak{I}d+1$ ) permettant d'obtenir une réestimation  $\{G^{(d+1)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  à partir de l'estimation  $\{G^{(d)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  obtenue par l'itération
- 15 précédente ( $\mathfrak{I}d$ ), et, à chaque itération ( $\mathfrak{I}d+1$ ), on calcule en L étapes les vecteurs  $G^{(d+1)}$ ,  $\ell=0, 1, \dots, L-1$  à partir des vecteurs  $\{G^{m(d+1)}\}_{m=0}^{L-1}$  et  $\{G^{m(d)}\}_{m=\ell}^{L-1}$  calculés à l'étape précédente, l'estimation  $\{C^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  des L trajets du canal étant finalement obtenue
- 20 à partir de l'estimation de sa représentation  $\{G^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$ .

2. Procédé selon la revendication 1, dans lequel, à chaque étape de chaque itération, on met en œuvre

25 successivement :

- i) un algorithme de BAML ou une de ses variantes pour délivrer des probabilités conditionnelles à partir de la  $d^{\text{ième}}$

réestimation des  $L-\ell$  derniers trajets et de la  $(d+1)^{\text{ième}}$  réestimation des  $\ell$  premiers trajets,

- 5           ii) un algorithme SAGE pour délivrer une  $(d+1)^{\text{ième}}$  réestimation du  $\ell^{\text{ième}}$  trajet.

3. Procédé selon la revendication 1, dans lequel, ayant obtenu une estimation du canal discret  $\{C^{(D)}\}_{\ell=0}^{L-1}$  et, compte tenu des échantillons reçus durant la  
10   tranche temporelle traitée, on prend une décision sur la séquence des symboles émis en utilisant un algorithme optimal de BAHL, ou une de ses variantes, pour obtenir la probabilité a posteriori de chaque symbole émis.

15

4. Procédé selon la revendication 1, dans lequel on répartit  $K$  séquences de référence dans chaque tranche allouée avec  $K$  compris entre 2 (inclus) et 12 (inclus).

20

5. Procédé selon la revendication 1, dans lequel chaque séquence comprend un nombre de symboles de référence inférieur à 8.

25

6. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 5, dans lequel les séquences de référence possèdent une fonction d'autocorrélation circulaire nulle partout sauf à l'origine.

30

7. Procédé selon la revendication 6, dans lequel on utilise une séquence de référence  $\{-1, +1, +1, +1\}$

ou une séquence dérivée de celle-ci par permutation circulaire, ou changement de signe pour un nombre de trajets (L) inférieur ou égal à 4.

- 5            8. Procédé selon la revendication 6, dans lequel on utilise une séquence de référence  $\{1,i\}$  ou une séquence dérivée de celle-ci par permutation circulaire, conjugaison ou changement de signe, pour un nombre de trajets (L) inférieur ou égal à 2.

10



FIG. 1

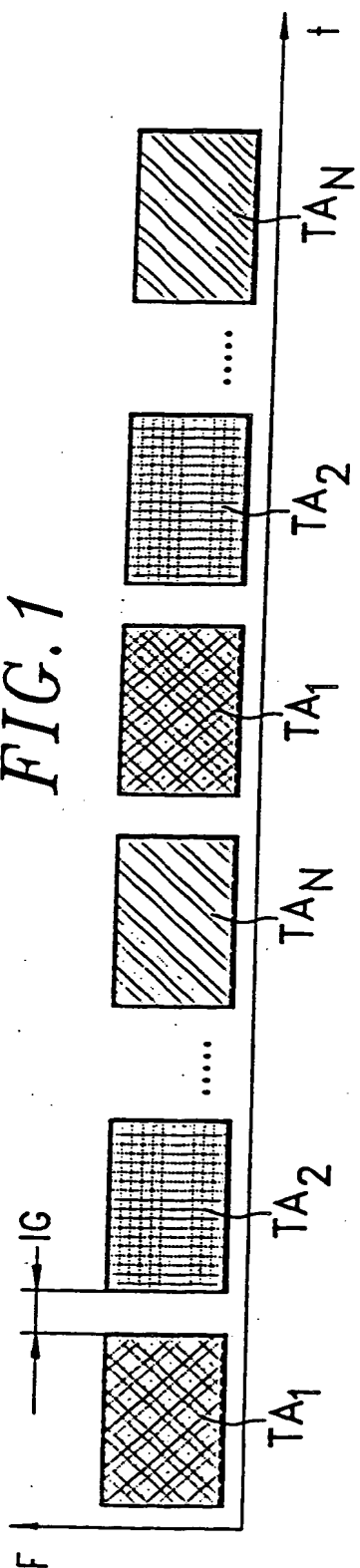
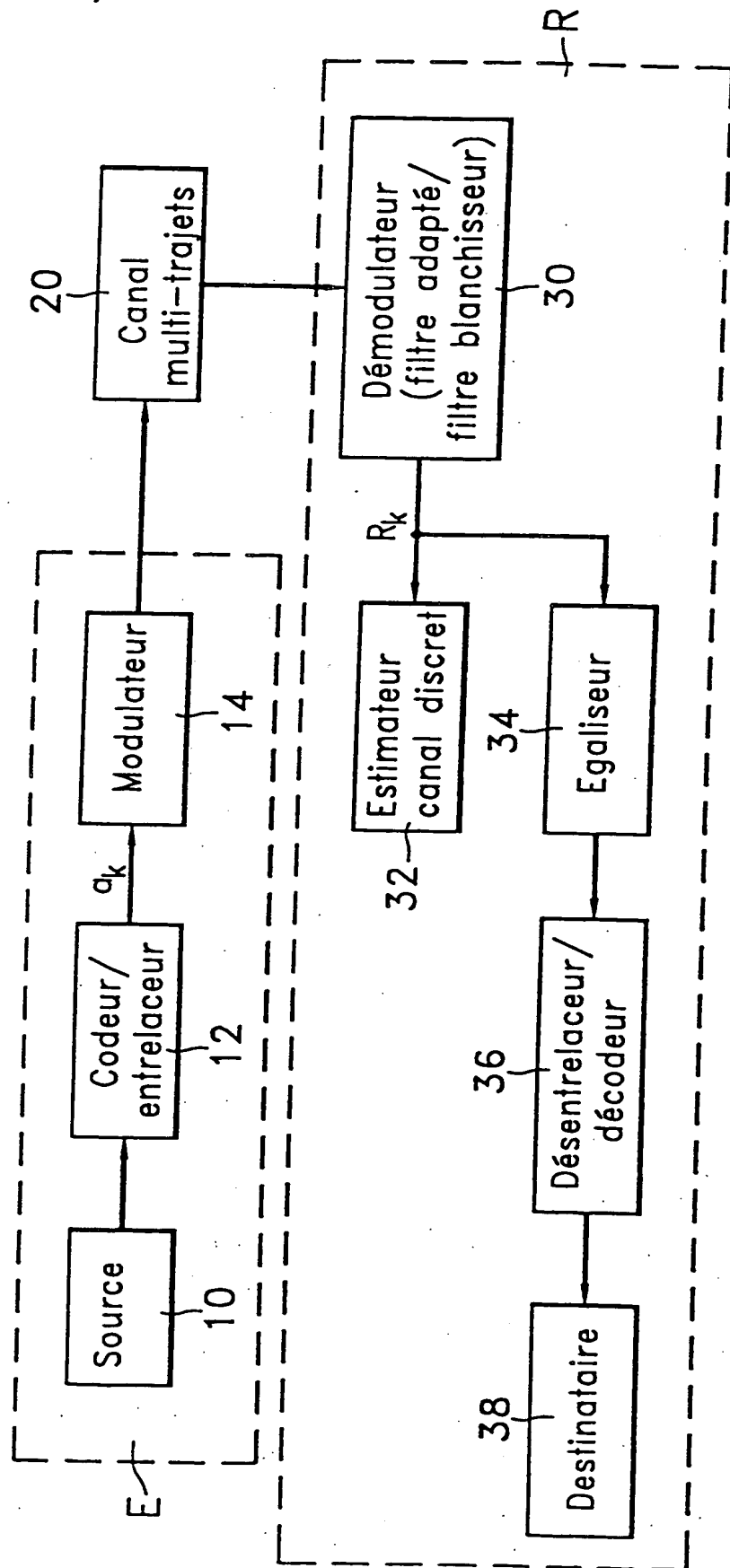


FIG. 2



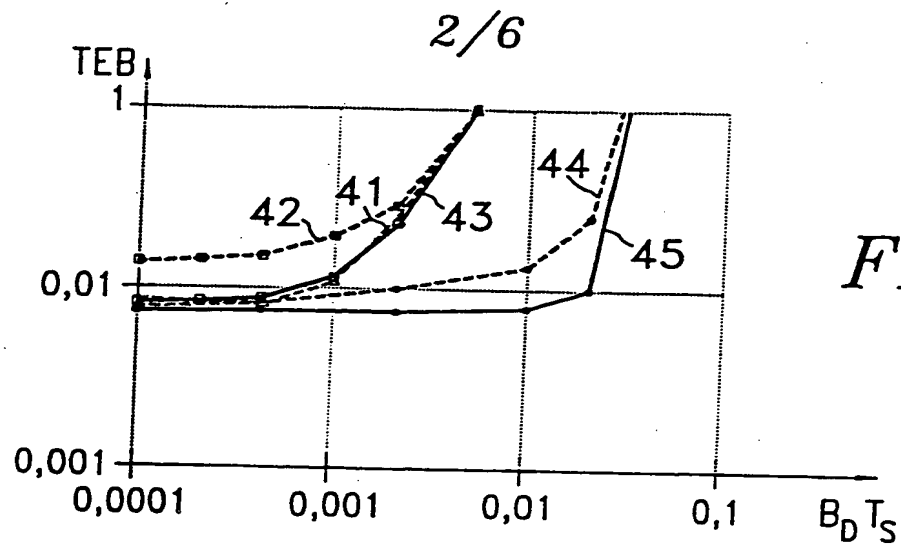


FIG. 3

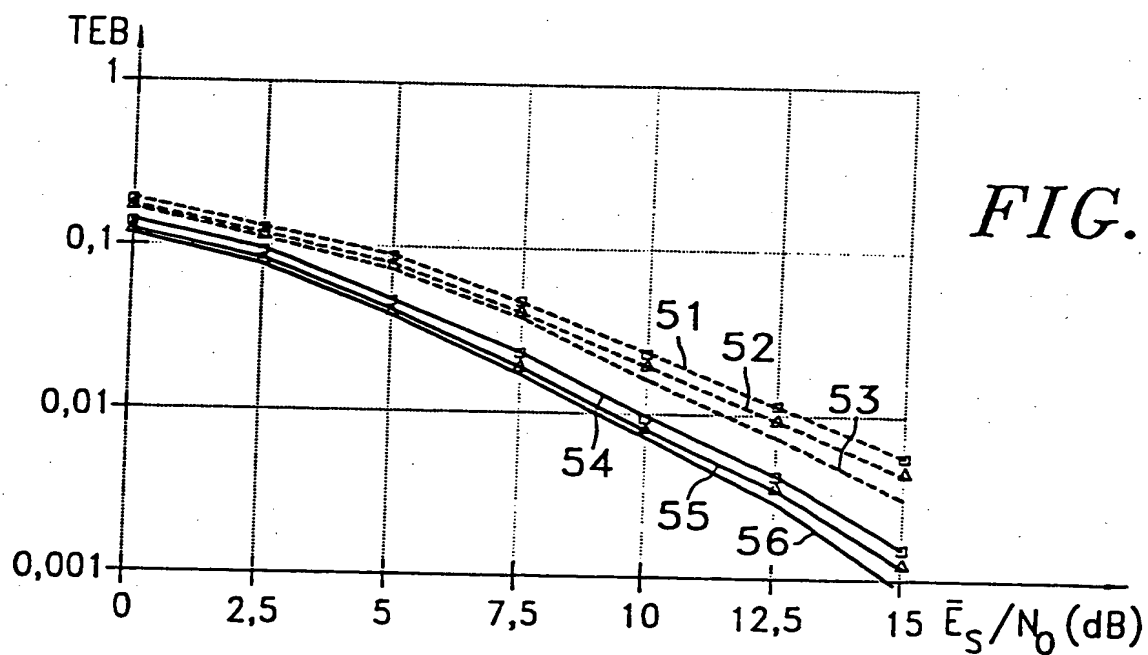


FIG. 4

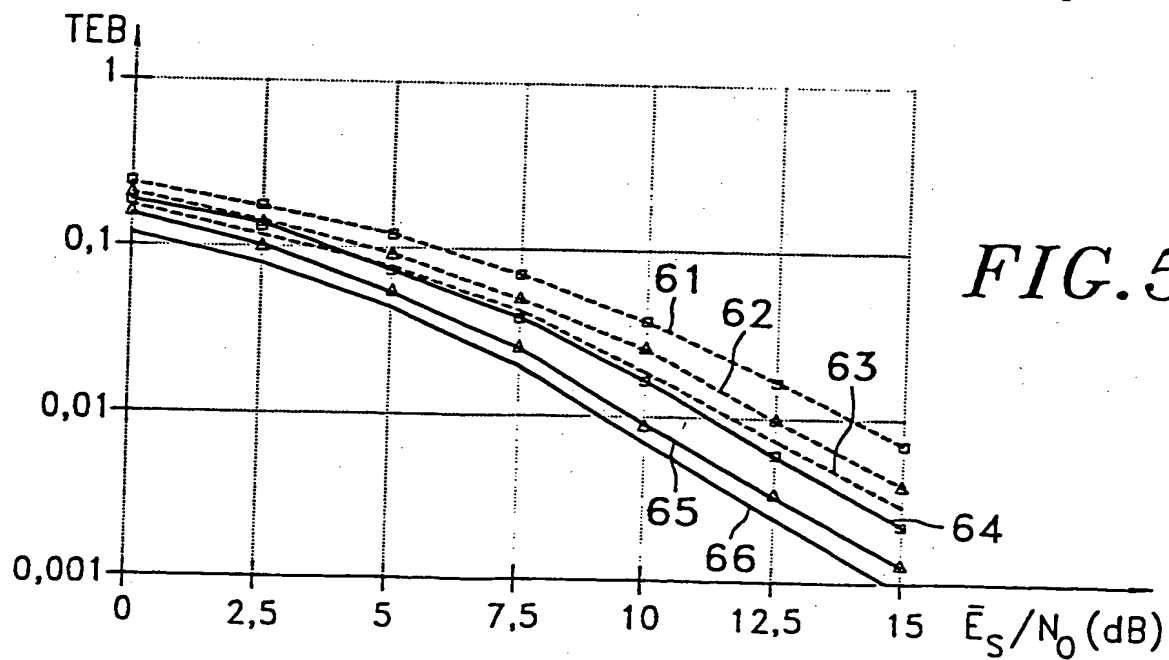


FIG. 5

FIG. 6

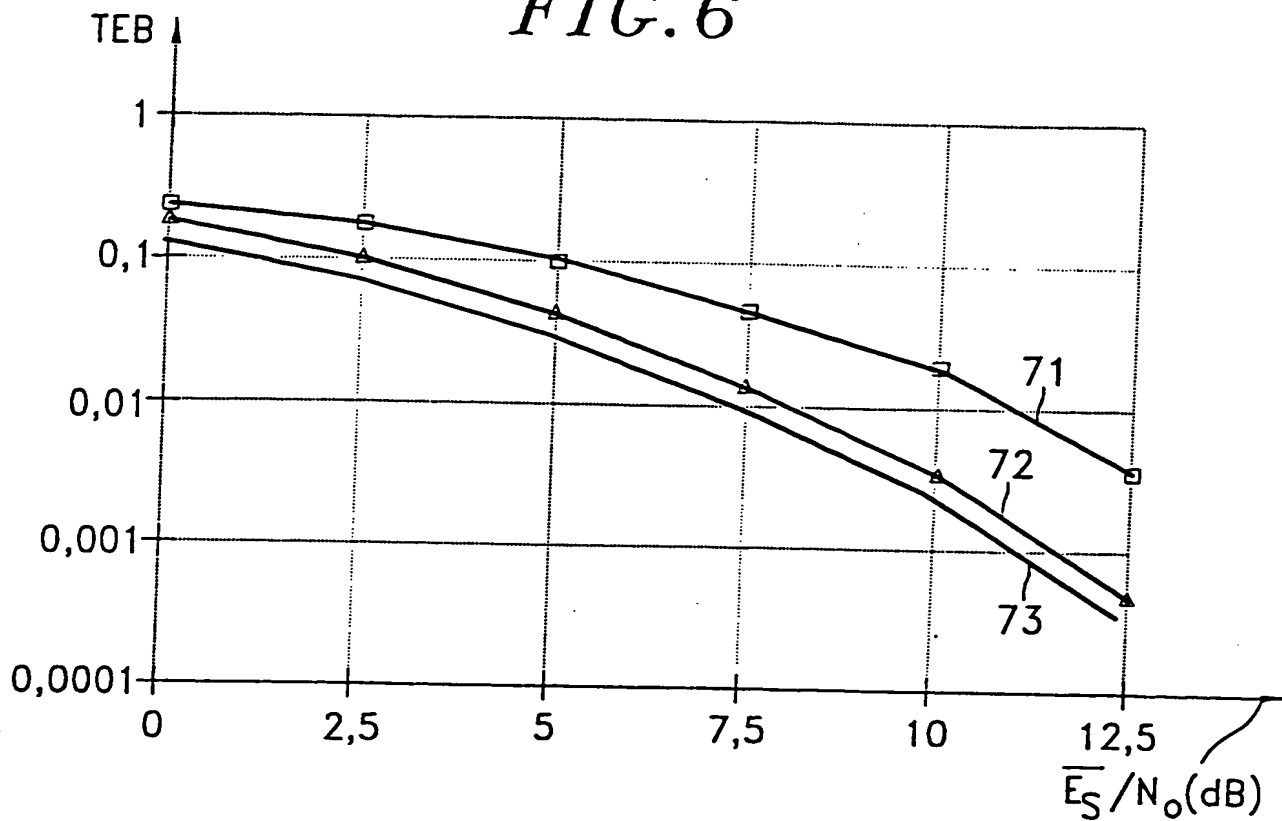


FIG. 7

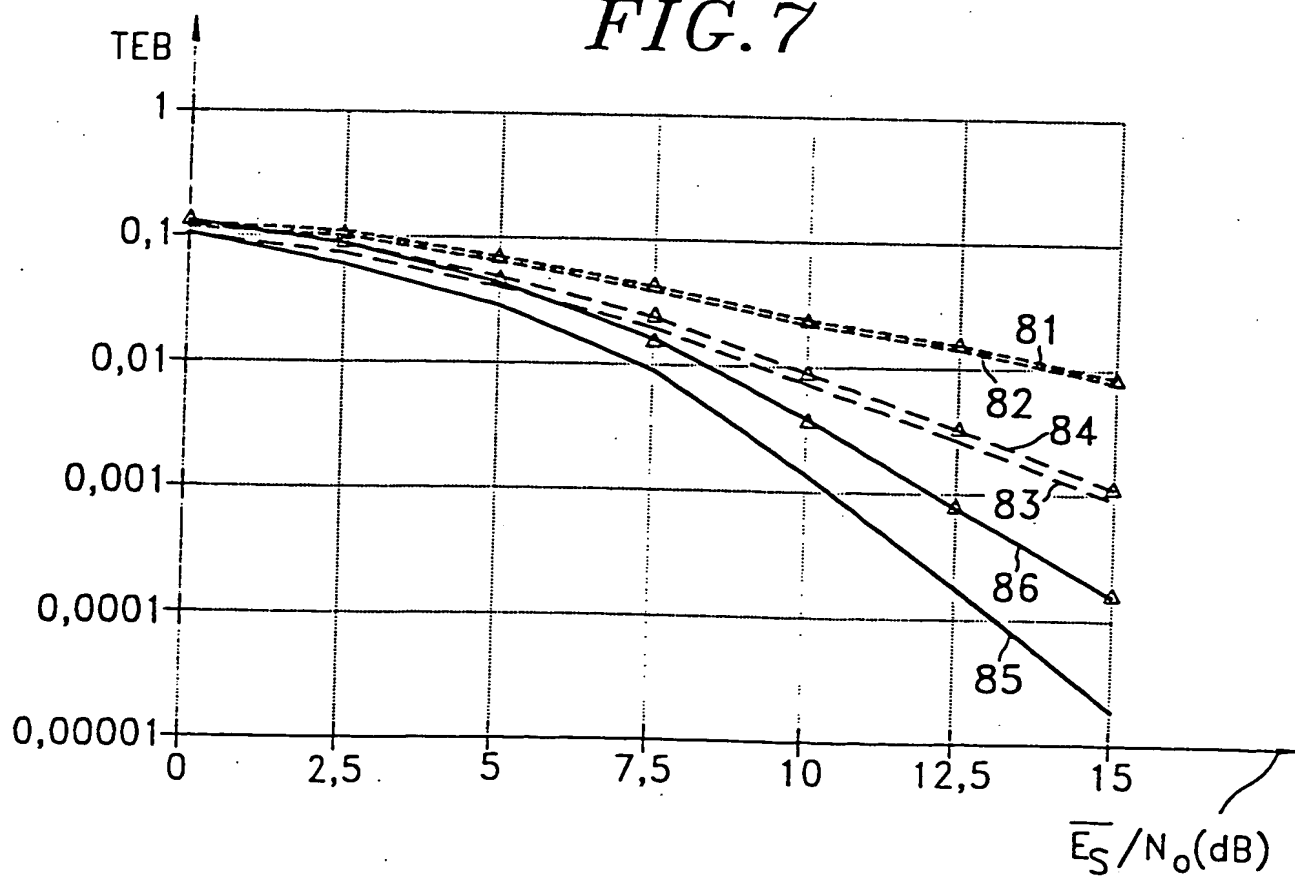


FIG. 8a

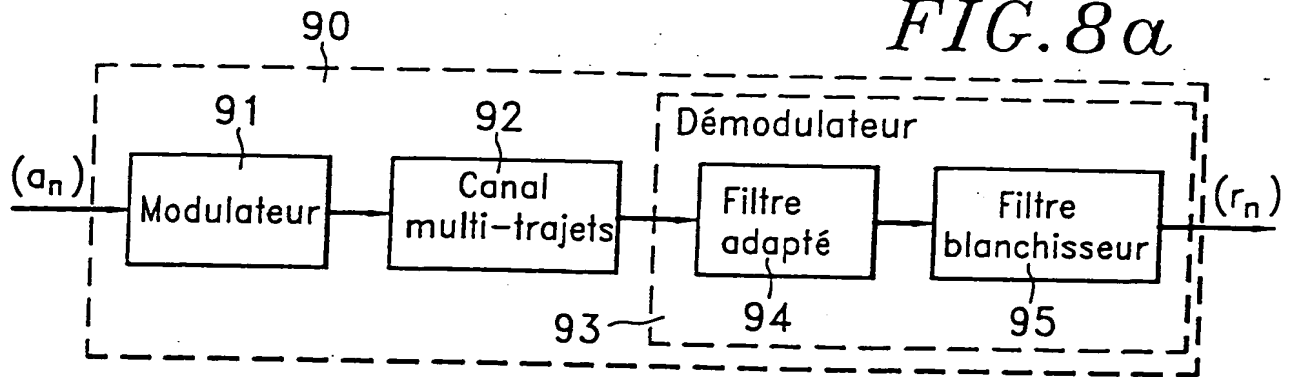


FIG. 8b

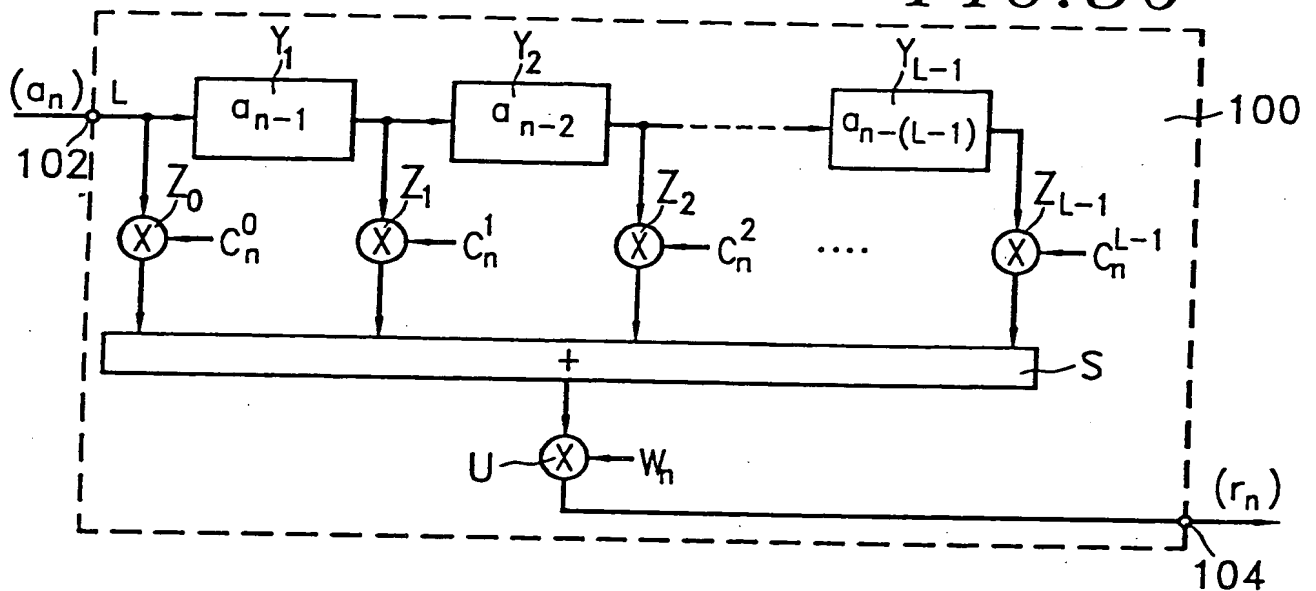


FIG. 9

Sq Ref							
Sq CAZAC							
A...	$A_{n-5}$	$A_{n-4}=-1$	$A_{n-3}=+1$	$A_{n-2}=+1$	$A_{n-1}=+1$	$A_n=-1$	$A_{n+1}$ ...
T1...	$-C_{n-4}^0$	$+C_{n-3}^0$	$+C_{n-2}^0$	$+C_{n-1}^0$	$-C_n^0$	$C_{n+1}^0$	$A_{n+1}$ ...
T2...	$C_{n-4}^1 A_{n-5}$	$-C_{n-3}^1$	$-C_{n-2}^1$	$+C_{n-1}^1$	$+C_n^1$	$-C_{n+1}^1$	...
S ...	$-C_{n-4}^0$ $+C_{n-4}^1 A_{n-5}$ $+W_{n-4}$	$+C_{n-3}^0$ $-C_{n-3}^1$ $+W_{n-3}$	$+C_{n-2}^0$ $+C_{n-2}^1$ $+W_{n-2}$	$+C_{n-1}^0$ $+C_{n-1}^1$ $+W_{n-1}$	$-C_n^0$ $+C_n^1$ $+W_n$	$C_{n+1}^0 A_{n+1}$ $-C_{n+1}^1$ $+W_{n+1}$	...

FIG. 10

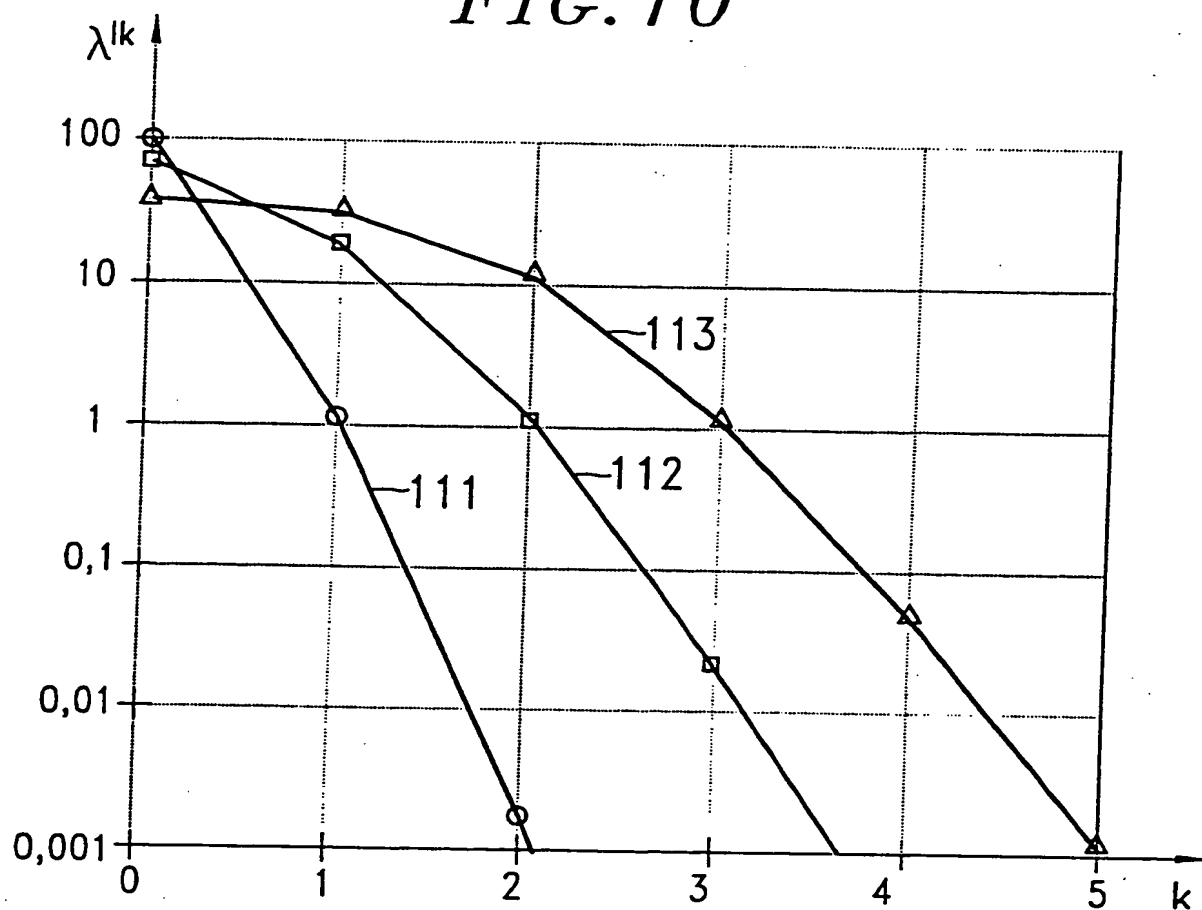


FIG. 11

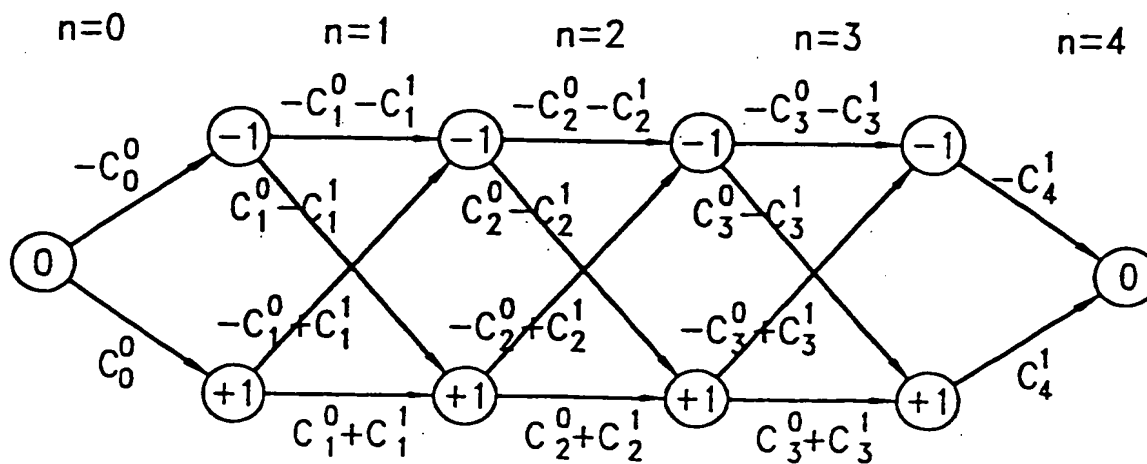


FIG. 12

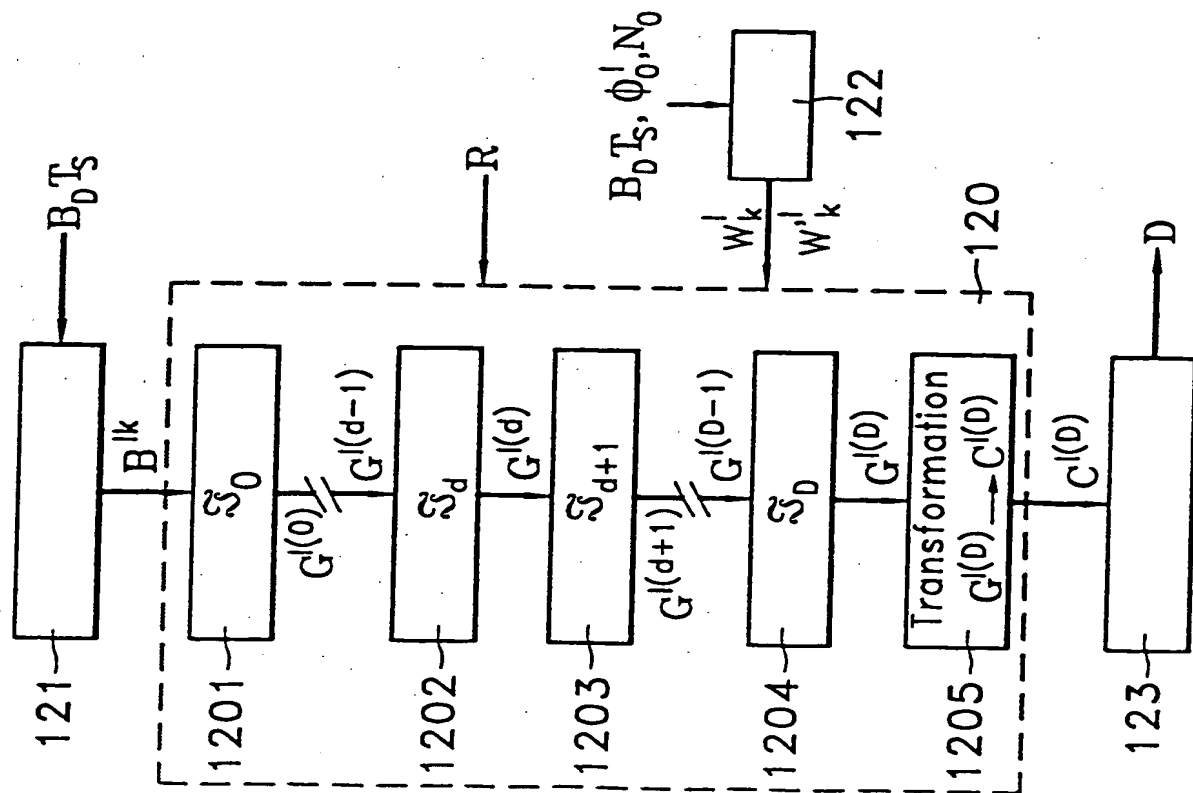


FIG. 13

